ОТЗЫВ
официального оппонента
старшего научного сотрудника
Института проблем прочности
Национальной Академии Наук Украины,
доктора технических наук, старшего научного сотрудника
Павла Павловича Ворошко

о диссертации
Льва Григорьевича Гелимсона
«Обобщение аналитических методов решения задач прочности типовых элементов конструкций в технике высоких давлений»,
представленной на соискание учёной степени доктора технических наук
по специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Конструктивные элементы оборудования техники высоких давлений, удовлетворяющие современным требованиям передовых технологий к их прочности, долговечности и надёжности, выступают как сложные объекты исследования механики деформируемого твёрдого тела с точки зрения определения напряжённо-деформированного состояния, адекватно отражающего их функциональное назначение. Рациональное многовариантное проектирование сосудов высокого давления, оборудования в атомной энергетике, котлостроении, глубоководном судостроении и приборостроении прежде всего связано с оптимальным выбором современных методов детального анализа в общем случае трёхмерного напряжённо-деформированного состояния (НДС) комбинированных систем, расчётные схемы которых нетрадиционны для инженеров-расчётчиков. При этом жёсткие требования безопасности при эксплуатационных нагрузках и нормы, регламентирующие запасы прочности при экстремальных воздействиях, накладывают на геометрию элементов и конструкционные материалы специфические особенности, связанные с герметичностью сосудов, светопрозрачностью отдельных их зон и конструктивным исполнением сопряжения несущих элементов с деталями иного назначения.
В настоящее время направление решения проблем, возникающих в этом плане, ориентировано на интенсивно развивающиеся численные методы решения сложных и новых задач термоупругости, пластичности, механики разрушения с привлечением современных высокопроизводительных ЭВМ и богатого спектра программных средств автоматизации решения задач сопряжённых с механикой отраслей науки, таких как прикладная математика, системотехника, программирование и другие. Однако ири необходимости оперативно и эффективно решать многопараметрические задачи оптимизации, связанные со значительным числом вариантов расчёта для типовой расчётной схемы, численные методы, не говоря уже об экспериментальных, существенно утрачивают свои преимущества по сравнению с аналитическими и инженерными методиками из-за усложнений информационно-технологического характера и проблем оценки точности приближённых решений и их влияния на целевые функции оптимизационных алгоритмов. Помимо этого, аналитические методы определения НДС, в особенности сложного и существенно трёхмерного, играют важную роль при исследовании сходимости и точности приближённых численных методов как составная часть в различных тестовых программах.
Поэтому тема диссертации Льва Григорьевича Гелимсона, посвящённой развитию и расширению сферы аналитических методов решения сложных задач теории упругости применительно к определению НДС типовых конструктивных элементов оборудования техники высоких давлений, в основном глубоководных оптических систем и сосудов высокого давления, и обоснованию инженерных методик расчёта НДС и прочности элементов подобных очерченным в диссертации конфигураций для эффективного и рационального их проектирования, является важной и актуальной.

Диссертация является обобщением результатов исследований автора при выполнении хоздоговорных и госбюджетных тем, в частности темы 1.10.2.11-63 по постановлению № 474 Президиума Академии Наук Украины от 27.12.1985 г. и темы 63.01.09.86-90/48-С, отнесённой Президиумом Академии Наук Украины к числу важнейших, в рамках целевой комплексной программы ГКНТ 074.01 «Мировой океан» и научного направления Сумского физико-технологического института «Оптико-механические проблемы в современной глубоководной технике», утверждённого Академией Наук Украины. Диссертация соответствует профилю специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры».

Работа представлена на 336 стр. печатного текста. Она состоит из введения, шести глав, заключения, списка использованных источников и приложений. Текст работы сопровождён 36 рисунками, 6 таблицами и 399 наименованиями использованных источников. В приложениях приведены дополнительные исследования по предложенным методам и акты внедрения результатов работы в различных организациях, специализирующихся на разработке конструкций техники высоких давлений.

Во введении и первой главе работы изложены её общие идеи и направленность и на основе анализа известных работ по решению задач прочности в технике высоких давлений определены постановки целей и задач диссертации на основе предложенного автором «принципа допустимой простоты». Этот принцип понимается автором как необходимость и возможность выбора простейших аналитических выражений для построения модели решения конкретной задачи прочности, включающей в себя формулы для основных параметров НДС, критериев прочности и оценок погрешности модели. Поскольку необходимость в рамках работы ограничивается основными положениями статики линейной теории упругости плоских и осесимметричных тел и известными критериями прочности, то автору пришлось как можно шире использовать возможности выбора различных форм представления общих решений и положений теории упругости и концепций теории прочности для типичных геометрических форм деталей техники высоких давлений – цилиндра и конуса, которые являются основными составляющими в расчётных схемах конструктивных элементов техники высоких давлений.

Во второй главе диссертации изложены положения предложенной автором методики определения НДС осесимметричных тел, базирующейся на общем представлении решения через функцию напряжений Лява, разработан применительно к типовым элементам техники высоких давлений способ представления расчётных схем в виде комбинаций так выбранных иных схем, чтобы наиболее полно удовлетворить требованию «принципа допустимой простоты». Отдельно предлагаются модификации представления критериев прочности путём приведения их к безразмерной форме и изложены общие соображения по их применению к оценке прочности.

Предложены автором методы конструирования частных решений осесимметричных задач теории упругости путём аппроксимации функции Лява степенным рядом двух переменных в общей форме и определения неизвестных коэффициентов из переопределенных систем уравнений. Однозначность предлагается устанавливать на основе выполнения краевых условий в напряжениях и перемещениях, полагая, что они достаточно точно для практических целей могут быть представлены членами степенного ряда, согласованного с их выражениями через функцию Лява. Вариация такого подхода, связанного уже с предположением о незначительном влиянии полного выполнения условий совместности, характерна для предложенного автором интегрального метода. При этом существенно используется «принцип допустимой простоты» и возможности эффективно использовать для выбранных расчётных схем известные гипотезы распределения касательных напряжений в пластинах и плитах.

Достоверность предложенных методов устанавливается в работе сравнением известных решений для опёртой и защемлённой пластин с полученными инженерными формулами. При этом следует выделить, что автором проведён весьма тщательный анализ НДС для различных зон цилиндрических тел и показано, что предложенные им формулы достаточно точно отражают поведение перемещений н напряжений по радиусу и толщине, что позволяет рекомендовать их для оценки прочности в опасных точках.

Предложенная автором методика определения НДС для осесимметричных задач непротиворечива в смысле выполнения основных положений теории упругости и она, как любое пополнение множества методов решения задач прочности, вполне вписывается в процесс поиска эффективных методов оценки НДС сложных конструктивных элементов техники. Однако оценка преимуществ этой методики и тем более претензия автора на обобщение аналитических подходов даже к ограниченному классу задач сомнительны. Так, известные представления гармонических функций в цилиндрических координатах и выражение через них компонент НДС (см., например, А. И. Лурье [191] по ссылкам автора) приводит к полиномиальным аппроксимациям более полного вида. При этом полученные формулы будут содержать весь спектр элементарных степенных полиномов, а не выборочный, как предлагается автором (см. основные формулы степенного метода (2.13)). Например, из представлений (2.13) выразить сдвиговые напряжения на поверхностях z = constant, изменяющиеся по квадратичному закону, с помощью элементарных полиномов r^1, r^3, r^5 невозможно, откуда следует, что декларации автора об общности такого рода по крайней мере дискуссионны.

Аналогичные вышеприведённым вопросы относятся и к интегральному методу, по которому следует также заметить следующее:

предлагаемая автором оценка точности метода основана на интуитивных представлениях о «приближённом равенстве», что может быть и справедливым для ограниченного множества задач и обобщений в смысле позитивных наук, но сомнительно для рационального знания.

Относительно математических формулировок и доказательств автора по поводу предложенных им методов решения можно лишь позавидовать его убеждённости и смелости в смысле порождения гипотез относительно установившихся понятий. Для примера достаточно указать, что в выводах по главе 2 (стр. 118) им предлагается понятие функций, собственных для систем заданных операторов, и, мало того, «с обобщением понятия собственной функции». При этом нигде не указывается, чем не устраивает автора общепринятое понятие, хотя бы для того, чтобы знать, о чём идет речь в тексте работы. К этому же типу рассуждений относится доказательство необходимости бигармоничности функции Лява, хотя автор согласен, что этого достаточно для поставленных им целей.

Подытоживая вышесказанное, а также учитывая, что результаты автора по разработанным им методам не публиковались им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема, следует заключить:

предложенные автором методики определения НДС осесимметричных тел на основе положений классической теории упругости с помощью метода правдоподобных гипотез для выбранных канонических форм и видов нагружения, охватывающих широкий спектр расчётных схем в технике высоких давлений, непротиворечивы и могут быть включены в множество методов построения частных решений и использованы для получения инженерных формул оценки прочности;

показана достоверность полученных в работе аналитических зависимостей для основных параметров НДС очерченных геометрических форм осесимметричных тел и проведён тщательный их анализ в сравнении с известными, что является несомненным вкладом автора в развитие инженерных методов расчёта в духе классических подходов сопротивления материалов;

претензии автора на обобщение аналитических методов предложенными им и рекомендации по расширению сферы применения последних помимо упомянутых в работе не обоснованы, а в смысле математических доказательств нуждаются в корректной их постановке.

В последующих главах диссертации содержатся результаты по решению задач прочности для типичных расчётных схем конструктивных элементов техники высоких давлений применительно к реальным объектам глубоководных аппаратов и сосудов высокого давления.

Анализ НДС с помощью предложенных приближённых формул для задач о свободно опёртом и защемлённом цилиндрических телах, контактных задач для составных цилиндров и задач концентрации напряжений у отверстий позволил автору охватить достаточно широкий спектр вопросов по оценке прочности таких объектов, что, несомненно, является важным практическим вкладом в инженерную практику расчётов конструкций и оборудования при высоких давлениях. Существенно также, что эти результаты исследовались и с позиций эксперимента, где автор предложил ряд оригинальных методик аппроксимации и коррекции опытных данных.

Результаты и выводы по этой части диссертации являются основным достижением автора и могут быть отнесены как к достижениям научного характера, так, значительно в большей степени, и к практически важным для оперативного и рационального проектирования оборудования техники высоких давлений. При этом весьма существенно, что результаты представлены в достаточно простой аналитической форме и могут быть применены при многовариантных расчётах в задачах оптимизации различного вида. Здесь следует заметить, что возможности современной вычислительной техники и программные коды такого численного метода, например, как МКЭ, в настоящее время позволяют на уровне обратных матриц соответствующих систем линейных уравнений строить универсальные аналоги инженерных формул, что для двумерных задач теории упругости уже может быть сравнимо по эффективности с аналитическими методами. К сожалению, автор этот вопрос не затрагивает.

Новизна и практическая ценность результатов этой части работы подтверждаются и обосновываются предложенными конструкциями иллюминаторов, сосудов и других объектов высоких давлений, защищёнными авторскими свидетельствами и использованными при проектировании реальных объектов, о чём свидетельствуют прилагаемые акты внедрения.

Результаты диссертации отражены в 68 публикациях.

Автореферат достаточно информативно отражает основное содержание диссертации.

По актуальности, степени завершённости, научному уровню и новизне исследований, достоверности и практической ценности их результатов диссертацию Льва Григорьевича Гелимсона можно квалифицировать как новое дополнение к аналитическим методам решения задач прочности, являющееся важным достижением на пути развития перспективного научного направления в динамике, прочности машин, приборов и аппаратуры – разработки на основе правдоподобных гипотез о характере НДС объекта в наиболее опасных его зонах инженерных методик оценки их прочности при достаточно широких спектрах нагружения. Это подтверждается в работе научно обоснованными техническими решениями актуальных задач рационального проектирования типовых элементов конструкций в технике высоких давлений.

Работа соответствует требованиям к докторским диссертациям. Её автор, Лев Григорьевич Гелимсон, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора технических наук по специальности 01.02.06 «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры».

Официальный оппонент
доктор технических наук, старший научный сотрудник
Павел Павлович Ворошко

Подпись
доктора технических наук, старшего научного сотрудника
П. П. Ворошко
удостоверяю

Учёный секретарь
Института проблем прочности
Национальной Академии Наук Украины

Ростислав Иванович Куриат

Ответы (без кавычек)
благодарного диссертанта Льва Григорьевича Гелимсона
на замечания (в кавычках):

«Предложенная автором методика определения НДС для осесимметричных задач непротиворечива в смысле выполнения основных положений теории упругости и она, как любое пополнение множества методов решения задач прочности, вполне вписывается в процесс поиска эффективных методов оценки НДС сложных конструктивных элементов техники. Однако оценка преимуществ этой методики и тем более претензия автора на обобщение аналитических подходов даже к ограниченному классу задач сомнительны. Так, известные представления гармонических функций в цилиндрических координатах и выражение через них компонент НДС (см., например, А. И. Лурье [191] по ссылкам автора) приводит к полиномиальным аппроксимациям более полного вида. При этом полученные формулы будут содержать весь спектр элементарных степенных полиномов, а не выборочный, как предлагается автором (см. основные формулы степенного метода (2.13)). Например, из представлений (2.13) выразить сдвиговые напряжения на поверхностях z = constant, изменяющиеся по квадратичному закону, с помощью элементарных полиномов r^1, r^3, r^5 невозможно, откуда следует, что декларации автора об общности такого рода по крайней мере дискуссионны.»

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

Выражаю искреннюю признательность за столь полезное замечание, дающее возможность дополнительно прояснить сделанное в диссертации.

Во-первых, в диссертации созданный степенной метод позволил впервые получить именно самые общие решения гармонического и бигармонического уравнений в степенных рядах как собственных классах функций для операторов этих уравнений, в частности применительно к общему решению Папковича–Нейбера трёхмерной задачи теории упругости через три гармонические функции и к общему решению осесимметричной задачи теории упругости без объёмных сил и кручения через бигармоническую функцию напряжений Лява соответственно. Ляв доказал достаточность бигармоничности своей функции напряжений, через которую выражаются все перемещения и напряжения с помощью указанных им дифференциальных операторов, для точного выполнения всех уравнений равновесия и совместности деформаций. Однако проблема именно необходимости бигармоничности функции напряжений Лява для этого ранее даже не ставилась, хотя она имеет принципиальное значение, ведь при отсутствии такой необходимости возможна неполнота множества решений, получаемых посредством функций напряжений Лява. Эта проблема впервые отмечена, поставлена и именно положительно решена в этой диссертации, в которой тем самым строго доказана полнота множества решений, получаемых посредством функций напряжений Лява. Следовательно, в частности, никаких других полиномиальных решений осесимметричной задачи теории упругости без объёмных сил и кручения, кроме даваемых функциями напряжений Лява в степенных рядах как собственном классе функций для оператора бигармонического уравнения, принципиально не может быть. Так что даже в совокупности все другие известные методы, в том числе классические, созданные Степаном Прокофьевичем Тимошенко и Анатолием Исааковичем Лурье, дают лишь некоторые классы частных полиномиальных решений, тем более что простые аналитические решения нетривиальных существенно трёхмерных задач ранее не достигались вообще. А даваемая степенным методом упрощающая конкретизация бигармонической функции напряжений Лява в решаемой задаче чисто дедуктивно следует из специфики граничных условий этой задачи.

Во-вторых, степенной метод по существу дополнительно обобщается полустепенным методом. В нём, в частности в осесимметричной упругой задаче без объёмных сил и кручения, общее решение по методу бигармонических функций напряжений Лява ищется в классе их по существу ещё более общих, чем степенные, представлений произвольными суммами произведений неотрицательных целых степеней одной из переменных осесимметричной упругой задачи на совершенно произвольные четырежды дифференцируемые функции другой из переменных осесимметричной упругой задачи. Такими ввиду асимметрии сущностей и отсутствия взаимозаменяемости ролей обеих переменных осесимметричной задачи являются две указанные и проанализированные принципиально различные разновидности представлений.

«Аналогичные вышеприведённым вопросы относятся и к интегральному методу, по которому следует также заметить следующее:
предлагаемая автором оценка точности метода основана на интуитивных представлениях о «приближённом равенстве», что может быть и справедливым для ограниченного множества задач и обобщений в смысле позитивных наук, но сомнительно для рационального знания.»

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

Выражаю искреннюю признательность за столь полезное замечание, дающее возможность дополнительно прояснить сделанное в диссертации.
Это замечание относится к понятию приближённого равенства и к интегральному методу именно в таком историческом и логическом порядке. Поэтому и ответ состоит из двух частей в этом порядке.

1. Ответ относительно понятия приближённого равенства.

Во-первых, в диссертации открыто и доказано, что само понятие приближения, в частности приближённого отношения, в том числе приближённого равенства, не универсально и является нечётким и плохо определённым, что доказывается возможностью сколь угодно малого различия между приближением и неприближением. Действительно, если для определённости, простоты и наглядности примера ориентироваться, скажем, на инженерную точность, а именно на допускаемую инженерную относительную погрешность 10 %, и полагать вначале, что левая часть отношения меньше единичной правой части, то на первом этапе с шагом длиной $1/10^1$ отношение $0.9 \approx 1$ ещё можно считать именно приближением, в данном случае приближённым равенством, и использовать указанный знак $\approx$ приближённого равенства. А вот отношение $0.8 \neq 1$ уже нельзя считать именно приближением, в данном случае приближённым равенством, и нельзя использовать знак $\approx$ приближённого равенства, так что приходится считать отношение $0.8 \neq 1$ неприближением, просто неравенством и использовать указанный знак $\neq$ неравенства. То есть на примере этих двух отношений модуль разности приближения и неприближения составляет $|0.9 - 0.8| = 0.1$. На втором этапе отрезок [0.8, 0.9] разбивается на 10 равных шагов длиной $1/10^2$ и выбирается тот шаг, который от неприближения ведёт к приближению. Если продолжать настаивать ровно на десяти процентах допустимой относительной погрешности, то это шаг [0.89, 0.9]. Продолжая этот процесс далее, получаем шаг $[0.9 - 1/10^n, 0.9]$ длиной $1/10^n$ с номером n между неприближением и приближением, систему вложенных отрезков с единственной неподвижной точкой 0.9 и сколь угодно малый шаг между неприближением и приближением. Если, наоборот, полагать, что левая часть отношения больше единичной правой части, то аналогично получится единственная неподвижная точка 1.1. В итоге для нестрогой (включающей и точность) приближённости отношения с наперёд заданной единичной правой частью и наперёд заданной относительной погрешностью 10 % необходима и достаточна, что естественно, принадлежность левой части отношения отрезку [0.9, 1.1], причём сколь угодно малый выход левой части отношения за пределы этого отрезка ведёт к переходу от приближения к неприближению. На произвольный общий случай этот частный пример обобщается очевидным линейным преобразованием, чем и завершается доказательство.

Во-вторых, в диссертации обобщены отношения дизъюнктивными или конъюнктивными соединениями знаков отношений и/или модификаторов отношений с известными частными случаями ≤ (<=) и ≥ (>=). В частности, произвольное отношение R обобщается формальным (проблематичным, верным или неверным) отношением R? с добавлением вопрошающего (формализующего, проблематизующего, вводящего независимость от осуществления, истинности) модификатора ?, например справа или слева на том же уровне или нижним либо верхним указателем (индексом). В частности, отношение = равенства обобщается отношением =? приравнивания (формального, проблематичного равенства, верного или неверного). А отношения <, >, ≤, ≥ строгого или нестрогого неравенства обобщаются отношениями <?, >?, ≤?, ≥? формального (проблематичного, верного или неверного) строгого или нестрогого неравенства соответственно. Полезными примерами дизъюнктивных соединений знаков отношений являются <≈, =≈, >≈.
В-третьих, в диссертации создана общая теория анализа приемлемости методов обработки данных с открытыми и доказанными принципиальными изъянами абсолютной и относительной погрешностей и якобы незаменимого классического метода наименьших квадратов Гаусса и Лежандра, причём за пределами крайне узких областей приемлемости (пригодности) возможны неоднозначность, неопределённость, неинвариантность и даже извращения действительности. В частности, относительная погрешность принципиально не соответствует своему замыслу о собственных пределах между нулём и единицей, нелогична в смысле произвольного выхватывания лишь одного элемента равенства для модуля в знаменателе, необоснованна в смысле игнорирования необходимого (для осуществления своего замысла) неравенства треугольника, а поэтому неправильна, определена лишь для двухэлементного формального (условного, независимого от истинности) приравнивания, для него двузначна (двусмысленна), вопреки замыслу может превышать единицу и быть бесконечной и вообще неопределённой при большем двух числе элементов приравнивания (в последних двух примерах ниже):

$$\delta_{a\ =?\ b,\ a} = ||a - b||/||a|| \neq ||a - b||/||b|| = \delta_{a\ =?\ b,\ b},$$

$$\delta_{1\ =?\ 0,\ 0} = 1/0 = \infty,$$

$$\delta_{1\ =?\ -1,\ 1} = \delta_{1\ =?\ -1,\ -1} = 2,$$

$$\delta_{100\ -\ 99\ =?\ 0}\ ?,\ \delta_{1\ -\ 2\ +\ 3\ -\ 4\ =?\ -1}\ ?$$

При этом относительная погрешность никоим образом не отрицается, напротив, именно правильно используется в пределах её применимости. В частности, здесь показано избавление относительной погрешности от её двусмысленности посредством параметризации выбранным выражением a или b для модуля (нормы) в знаменателе. Для двухэлементного формального равенства a =? b это даёт взамен единственной двусмысленной относительной погрешности δ две (по числу элементов формального равенства) различные однозначные относительные погрешности $\delta_{a\ =?\ b,\ a}$ и $\delta_{a\ =?\ b,\ b}$ при сохранении остальных указанных недостатков.
Условно пригодная, не универсальная, нелогичная, двусмысленная, вопреки замыслу могущая превышать единицу и быть неограниченной относительная погрешность как метод оценивания математически строго проанализирована, исправлена и для любого математического моделирования обобщена безусловно пригодной, универсальной, логичной, однозначной, по замыслу всегда в пределах от нуля до единицы благодаря неравенству треугольника всеобщей погрешностью как методом оценивания.
Непременно дополнительно к верно используемой в пределах её применимости относительной погрешности в настоящей диссертации введена как инвариантная мера неточности, правильно обобщающей нечёткую приближённость, всеобщая погрешность на отрезке [0, 1], в частности линейная, квадратичная и с максимумом, с учётом частного случая неравенства Коши–Буняковского для знаменателей и с введённым альтернативным делением

$$E_{a\ =?\ b} = ||a - b||//(||a|| + ||b||) \geq E_{a\ =?\ b,\ Q} = ||a - b||//[2(||a||^2 + ||b||^2)]^{1/2} \geq E_{a\ =?\ b,\ M} = ||a - b||//(2\max\{||a||,||b||\})$$

$$((a_1b_1 + a_2b_2 + ... + a_nb_n)^2 \leq (a_1{}^2 + a_2{}^2 + ... + a_n{}^2)(b_1{}^2 + b_2{}^2 + ... + b_n{}^2),\ a_i = ||A_i||,\ b_i = 1,\ i = 1, 2, ... , n;$$

c//d = c/d при c ≠ 0; c//d = 0 при c = 0 и любом d, даже нулевом или не существующем):

$$E_{0 =? 0} = 0;\ E_{0 =? 0, Q} = 0;\ E_{0 =? 0, M} = 0;$$
$$E_{1 =? 0} = 1;\ E_{1 =? 0, Q} = 1/2^{1/2};\ E_{1 =? 0, M} = 1/2;$$
$$E_{a =? 0} = 1\ (a \neq 0);\ E_{a =? 0, Q} = 1/2^{1/2}\ (a \neq 0);\ E_{a =? 0, M} = 1/2\ (a \neq 0);$$
$$E_{1 =? -1} = 1;\ E_{1 =? -1, Q} = 1;\ E_{1 =? -1, M} = 1;$$
$$E_{a =? -a} = 1\ (a \neq 0);\ E_{a =? -a, Q} = 1\ (a \neq 0);\ E_{a =? -a, M} = 1\ (a \neq 0);$$
$$E_{a =? b} = 1\ (a \geq 0 \geq b,\ a > b);\ E_{a =? b, Q} = E_{a =? a\char`^2/b, Q}\ (a \neq 0 \neq b).$$
По принципу допустимой простоты выбирается именно линейная всеобщая погрешность $E_{a =? b}$, тем более что она всегда не меньше квадратичной $E_{a =? b, Q}$ и $E_{a =? b, M}$ с максимумом и поэтому даёт непременно более жёсткую оценку неточности и чрезвычайно естественно и безупречно обобщается на любое количество n алгебраических слагаемых в левой части формального равенства с нулевой правой частью, в частности комплексных чисел, векторов и функций:
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0} = ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||//\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| \in [0, 1].$$
Однако линейная всеобщая погрешность $E_{a =? b}$ нечувствительно единична при отсутствии одинаковых знаков a и b. Бесконечно малую чувствительность при отсутствии одинаковых знаков a и b можно придать линейной всеобщей погрешности $E_{a =? b}$ добавлением к её знаменателю строго положительной бесконечно малой ε с избавлением от потребности в именно альтернативном делении, с возможным переходом к пределу по строго положительной бесконечно малой ε и с возможностью естественного обобщения на любое количество n алгебраических слагаемых в левой части формального равенства с нулевой правой частью, в частности комплексных чисел, векторов и функций:
$$E_{a =? b, \varepsilon} = ||a - b||/(||a|| + ||b|| + \varepsilon) \in [0, 1],$$
$$E_{a =? b} = \lim_{\varepsilon\to+0} ||a - b||/(||a|| + ||b|| + \varepsilon) = ||a - b||//(||a|| + ||b||) \in [0, 1],$$
$$E_{a =? b} = ||a - b||/(||a|| + ||b|| + 0) = ||a - b||//(||a|| + ||b||) \in [0, 1];$$
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0, \varepsilon} = ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||/(\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| + \varepsilon) \in [0, 1],$$
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0} = \lim_{\varepsilon\to+0} ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||/(\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| + \varepsilon) = ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||//\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| \in [0, 1],$$
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0} = ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||/(\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| + 0) = ||\Sigma_{i=1}{}^n a_i||//\Sigma_{i=1}{}^n||a_i|| \in [0, 1].$$
При отсутствии перехода к пределу линейная всеобщая погрешность E_ε с использованием строго положительной бесконечно малой ε оказывается не постоянной, а бесконечно мало переменной, или почти постоянной, или квазиконстантой, определяемой как величина, для которой существует такая постоянная, являющаяся пределом этой величины, что разность между этими величиной и постоянной является бесконечно малой. Подобная ситуация обычна для конечных пределов. Необычна здесь переменная, хотя и бесконечно мало переменная, оценка E_ε постоянного предмета. Пределом линейной всеобщей погрешности E_ε с использованием строго положительной бесконечно малой ε оказывается линейная всеобщая погрешность E без использования строго положительной бесконечно малой ε и поэтому с использованием альтернативного деления во избежание деления на нуль.
При потребности в конечной чувствительности при отсутствии одинаковых знаков a и b могут использоваться несколько более сложные и дающие более мягкую оценку неточности квадратичная всеобщая погрешность $E_{a =? b, Q}$ или всеобщая погрешность $E_{a =? b, M}$ с максимумом. Для любого количества n действительных алгебраических слагаемых в левой части формального равенства
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0$$
с нулевой правой частью можно каждое из слагаемых расположить в той части формального равенства, в которой действительное алгебраическое слагаемое непременно неотрицательно, затем просуммировать каждую из этих частей, обозначить сумму в левой части через a и сумму в правой части через b, а теперь применить соответствующую формулу
$$E_{a =? b, Q} = ||a - b||//[2(||a||^2 + ||b||^2)]^{1/2} \in [0, 1],$$
$$E_{a =? b, M} = ||a - b||//(2\max\{||a||, ||b||\}) \in [0, 1]$$
для двух элементов формального равенства. Для любого количества n алгебраических слагаемых, в частности комплексных чисел, векторов и функций, в левой части формального равенства
$$\Sigma_{i=1}{}^n a_i =? 0$$

с нулевой правой частью можно определить квадратичную всеобщую погрешность $E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0, Q}$ или всеобщую погрешность $E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0, M}$ с максимумом как максимум двухэлементных квадратичных всеобщих погрешностей $E_{a =? b, Q}$ или максимум двухэлементных всеобщих погрешностей $E_{a =? b, M}$ с максимумом для конечного множества всевозможных распределений n алгебраических слагаемых по частям формального равенства, причём для каждого из распределений следует просуммировать каждую из этих частей, обозначить сумму в левой части через a и сумму в правой части через b, а теперь применить соответствующую формулу

$$E_{a =? b, Q} = ||a - b||//[2(||a||^2 + ||b||^2)]^{1/2} \in [0, 1],$$

$$E_{a =? b, M} = ||a - b||//(2\max\{||a||, ||b||\}) \in [0, 1]$$

для двух элементов формального равенства. Но также можно и сразу применить более общую соответствующую формулу

$$\Sigma_{i=1}{}^{n} a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0, Q} = ||\Sigma_{i=1}{}^{n} a_i||//(n\Sigma_{i=1}{}^{n}||a_i||^2)^{1/2} \in [0, 1],$$

$$\Sigma_{i=1}{}^{n} a_i =? 0;\ E_{\Sigma a(i=1,2,...,n) =? 0, M} = ||\Sigma_{i=1}{}^{n} a_i||//(n \max\{||a_1||, ||a_2||, ... , ||a_n||\}) \in [0, 1],$$

причём первую из них с учётом частного случая неравенства Коши–Буняковского.

Наряду с обычной нелогичной двусмысленной относительной погрешностью выше были дополнительно предложены две хотя бы частично усовершенствованные именно однозначные относительные погрешности:

левочастная относительная погрешность

$$\delta_{a =? b, a} = ||a - b||/||a||;$$

правочастная относительная погрешность

$$\delta_{a =? b, a} = ||a - b||/||b||.$$

Их дальнейшее усовершенствование достигается исключением деления на нуль благодаря использованию введённого альтернативного деления:

левочастная альтернативно относительная погрешность

$$\delta_{a =? b, a, //} = ||a - b||//||a|| \in [0, +\infty);$$

правочастная альтернативно относительная погрешность

$$\delta_{a =? b, a, //} = ||a - b||//||b|| \in [0, +\infty).$$

В последних формулах справа указаны множества значений соответствующих относительных погрешностей. Стремление их к плюс бесконечности осуществляется при стремлении буквы в знаменателе к нулю, тогда как другая буква сохраняет конечное ненулевое значение. Нелогичность обычной и этих двух относительных погрешностей заключается в том, что у них в числителе используются оба элемента формального равенства, а в знаменателе только один из этих элементов при отсутствии какой бы то ни было зависимости от другого элемента. Поэтому дальнейшее логичное усовершенствование относительных погрешностей осуществляется заменой (в знаменателе) нормы одного из элементов формального равенства некоторой функцией именно норм

$$c = ||a||,$$

$$d = ||b||$$

обоих элементов формального равенства, причём равной общему значению этих норм при условии равенства норм обоих элементов формального равенства. Таковы, в частности, классические средние двух неотрицательных чисел c, d с классическими неравенствами между этими средними:

среднее гармоническое, усовершенствованное исключением деления на нуль благодаря использованию введённого альтернативного деления,

$$H = 2cd//(c + d);$$

среднее геометрическое

$$G = (cd)^{1/2};$$

среднее арифметическое

$$A = (c + d)/2;$$

среднее квадратическое

$$Q = [(c^2 + d^2)/2]^{1/2};$$

$$H \le G \le A \le Q.$$

Такова также функция минимума

$$m = \min\{c, d\}$$

этих чисел, которая не больше всех этих средних. Действительно, одно из этих входящих в эту функцию симметрично двух неотрицательных чисел c, d не больше другого и можно обозначить их так, что $c \le d$. Тогда

$$m = \min\{c, d\} = c \le 2cd//(c + d) = H,$$

поскольку

$$c(c + d) \le c(d + d) = 2cd.$$

Такова также функция максимума

$$M = \max\{c, d\}$$

этих чисел, которая не меньше всех этих средних. Действительно, одно из этих входящих в эту функцию симметрично двух неотрицательных чисел c, d не больше другого и можно обозначить их так, что $c \le d$. Тогда

$$M = \max\{c, d\} = d \ge [(c^2 + d^2)/2]^{1/2} = Q,$$

поскольку

$$2d^2 \ge c^2 + d^2.$$

Следовательно, получается цепочка нестрогих неравенств в порядке неубывания

$$m \le H \le G \le A \le Q \le M.$$

В итоге наряду с обычной нелогичной двусмысленной относительной погрешностью и двумя хотя бы частично усовершенствованными именно однозначными относительными погрешностями дополнительно предлагаются ещё шесть следующих хотя бы частично усовершенствованных именно однозначных относительных погрешностей в порядке невозрастания ввиду неубывания знаменателей:

относительная погрешность с минимумом

$$\delta_{a =? b, m} = ||a - b||/\min\{||a||, ||b||\};$$

относительная погрешность со средним гармоническим

$$\delta_{a =? b, H} = ||a^2 - b^2||/(2||ab||);$$

относительная погрешность со средним геометрическим

$$\delta_{a =? b, G} = ||a - b||/||ab||^{1/2};$$

относительная погрешность со средним арифметическим

$$\delta_{a =? b, A} = ||a - b||/[(||a|| + ||b||)/2] = 2||a - b||/(||a|| + ||b||);$$

относительная погрешность со средним квадратическим

$$\delta_{a =? b, Q} = ||a - b||/[(||a||^2 + ||b||^2)/2]^{1/2} = 2||a - b||/[2(||a||^2 + ||b||^2)]^{1/2};$$

относительная погрешность с максимумом

$$\delta_{a =? b, M} = ||a - b||/\max\{||a||, ||b||\};$$

$$\delta_{a =? b, m} \ge \delta_{a =? b, H} \ge \delta_{a =? b, G} \ge \delta_{a =? b, A} \ge \delta_{a =? b, Q} \ge \delta_{a =? b, M}.$$

Их дальнейшее усовершенствование достигается исключением деления на нуль благодаря использованию введённого альтернативного деления:

альтернативно относительная погрешность с минимумом

$$\delta_{a =? b, m, //} = ||a - b||//\min\{||a||, ||b||\} \in [0, +\infty);$$

альтернативно относительная погрешность со средним гармоническим

$$\delta_{a =? b, H, //} = ||a^2 - b^2||//(2||ab||) \in [0, +\infty);$$

альтернативно относительная погрешность со средним геометрическим

$$\delta_{a =? b, G, //} = ||a - b||//||ab||^{1/2} \in [0, +\infty);$$

альтернативно относительная погрешность со средним арифметическим

$$\delta_{a =? b, A, //} = ||a - b||//[(||a|| + ||b||)/2] = 2||a - b||//(||a|| + ||b||) = 2E_{a =? b} \in [0, 2];$$

альтернативно относительная погрешность со средним квадратическим

$$\delta_{a =? b, Q, //} = ||a - b||//[(||a||^2 + ||b||^2)/2]^{1/2} = 2||a - b||//[2(||a||^2 + ||b||^2)]^{1/2} = 2E_{a =? b, Q} \in [0, 2];$$

альтернативно относительная погрешность с максимумом

$$\delta_{a =? b, M, //} = ||a - b||//\max\{||a||, ||b||\} = 2E_{a =? b, M} \in [0, 2];$$

$$\delta_{a =? b, m, //} \ge \delta_{a =? b, H, //} \ge \delta_{a =? b, G, //} \ge \delta_{a =? b, A, //} \ge \delta_{a =? b, Q, //} \ge \delta_{a =? b, M, //}.$$

В этих формулах, кроме последней, справа указаны множества значений соответствующих относительных погрешностей. Стремление их к плюс бесконечности осуществляется при стремлении одной буквы к нулю, тогда как другая буква сохраняет конечное ненулевое значение. В трёх формулах относительные погрешности со средним арифметическим, со средним квадратическим и с максимумом оказываются именно точными удвоениями соответствующих всеобщих погрешностей (линейной, квадратичной и с максимумом), а наибольшее с учётом неравенства треугольника значение 2 достигается при условии противоположности ненулевых значений букв

$$b = - a \neq 0.$$

Таким образом, в настоящей диссертации полностью сохраняются и правильно используются в узких пределах применимости, приемлемости и пригодности только для достаточно хороших приближений и даже развиваются, совершенствуются и дополняются известные относительная погрешность, способ её оценки и формула для её определения; при этом непременно дополнительно к правильно используемой в пределах её применимости относительной погрешности в настоящей диссертации введена всеобщая погрешность без каких бы то ни было ограничений применимости, приемлемости и пригодности для именно любых формальных (условных, независимых от истинности) приравниваний, то есть для любых как приближений, так и неприближений, как инвариантная мера неточности, правильно обобщающей нечёткую приближённость. Для двухэлементных приближённых равенств всеобщая погрешность примерно вдвое меньше относительной погрешности, что следует иметь в виду и непременно правильно учитывать. Такое соотношение является прямым следствием принципиального недостатка именно и только относительной погрешности, которая в модуле (норме) числителя правильно учитывает все элементы формального равенства, а для модуля (нормы) знаменателя принципиально нелогично, произвольно и необоснованно выхватывает только один из элементов формального равенства и полностью игнорирует неравенство треугольника, необходимое для осуществления замысла относительной погрешности о её непременной принадлежности отрезку между нулём и единицей.

2. Ответ относительно интегрального метода.

Во-первых, при парциальном методе, в частности при интегральном методе, точно выполняются оба уравнения равновесия, одно из двух уравнений совместности деформаций и все граничные условия, так что не выполняется лишь одно из целого ряда условий. При любом приближённом решении какие-то условия непременно нарушаются, иначе оно было бы точным. Поэтому нарушение единственного из целого ряда условий является в этом смысле наименьшим возможным. Кроме того, для решения задачи прочности точность определения напряжений важнее точности выполнения одного из двух уравнений совместности деформаций, тем более что все граничные условия выполнены точно, а места наиболее опасных напряжённых состояний, как правило, располагаются на поверхности, то есть на границе, деформируемого твёрдого тела. Простейшее статически возможное распределение сдвигового напряжения как функции напряжений для определения всех нормальных напряжений, ещё и удовлетворяющее как дополнительному условию уравнениям равновесия не только целого существенно трёхмерного тела, но и произвольной отсечённой его части по методу сечений в бесконечном множестве мощности континуума, точно или достаточно хорошо приближённо соответствует его распределению в известных решённых задачах, в частности в теории плит. Поэтому есть все основания полагать, что даваемое интегральным методом приближённое решение по меньшей мере не хуже других приближённых решений, точность которых обычно не оценивается вообще никак.

Во-вторых, известный метод прямой оценки погрешностей приближённых решений основан на сопоставлении получаемого приближённого решения или с точным, или с гораздо более точным приближённым решением. Но им надо располагать, и поэтому нет возможности оценить таким путём точность наилучшего известного приближённого решения. Например, нам известны прямые оценки точности решений задач теории пластин, благо есть решения

по теории плит, но нет известных прямых оценок решений по теории плит, потому что по существу очень мало решений нетривиальных существенно пространственных задач. В диссертации именно дополнительно к известному методу прямой оценки погрешностей приближённых решений предложен и использован ещё и другой подход – метод косвенной оценки погрешностей неточных псевдорешений как метод прямого оценивания погрешности неудовлетворения, соответствующей каждому из уравнений подсистемы, названной нами оценочной. И этот метод применим к достаточно широкому априорно не указуемому классу задач, хотя использован для сравнительно узкого класса задач по нуждам данной работы. В диссертации этот метод позволил дать косвенные оценки погрешностей впервые полученных приближённых решений нетривиальных задач для существенно пространственных тел. А сами эти решения позволили уточнить известные прямые оценки точности решений задач теории пластин по решениям теории плит, а главное, именно впервые дать прямые оценки точности решений задач теории плит. Важно, что этот дополнительный метод косвенной оценки погрешностей неточных псевдорешений, в частности приближённых решений, как метод прямого оценивания погрешности неудовлетворения, соответствующей каждому из уравнений подсистемы, названной нами оценочной, даёт именно не зависящие от соотношений размеров деформируемого твёрдого тела универсальные оценки погрешности приближённых решений по интегральному методу. Поэтому есть основания полагать, что точность решений по интегральному методу для существенно трёхмерных тел примерно соответствует точности решений теории пластин для пластин. Кроме того, и сложность решений по интегральному методу для существенно трёхмерных тел примерно соответствует сложности решений теории пластин для пластин.
В-третьих, приближённые решения по интегральному методу сопоставимы с также аналитическими многовариантными приближёнными решениями по степенному методу и с численными решениями по методу конечных элементов и согласуются с данными проведённых экспериментов, так что выдерживают аналитическую, численную и экспериментальную проверку. Кроме того, простейшие возможные приближённые аналитические решения по степенному методу и по интегральному методу обеспечивают понимание и анализ деформирования, прочности и разрушения, открывают и обосновывают их проверяемые и подтверждаемые аналитически, численно и экспериментально принципиально новые явления и законы для существенно трёхмерных тел.
В-четвёртых, численные методы и экспериментальные данные полезны и необходимы для поверочных расчётов с уже выбранными исполнительными размерами. А для проектных расчётов и особенно для многопараметрической оптимизации, а также для испытания (тестирования) численных методов и их программ, не обеспечивающих внутренней проверяемости, необходимы достаточно простые именно аналитические методы.
В-пятых, именно обладающие простотой на уровне сопротивления материалов аналитические решения сложных задач для существенно трёхмерных тел необходимы для инженерного образования, продолжают и развивают труды и достижения классиков.

«Относительно математических формулировок и доказательств автора по поводу предложенных им методов решения можно лишь позавидовать его убеждённости и смелости в смысле порождения гипотез относительно установившихся понятий. Для примера достаточно указать, что в выводах по главе 2 (стр. 118) им предлагается понятие функций, собственных для систем заданных операторов, и, мало того, «с обобщением понятия собственной функции». При этом нигде не указывается, чем не устраивает автора общепринятое понятие, хотя бы для того, чтобы знать, о чём идет речь в тексте работы. К этому же типу рассуждений относится доказательство необходимости бигармоничности функции Лява, хотя автор согласен, что этого достаточно для поставленных им целей.»

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

Выражаю искреннюю признательность за столь полезное замечание, дающее возможность дополнительно прояснить сделанное в диссертации.

Это замечание относится к «убеждённости и смелости в смысле порождения гипотез относительно установившихся понятий», к «понятию функций, собственных для систем заданных операторов, и, мало того, «с обобщением понятия собственной функции»» и к доказательству необходимости бигармоничности функции Лява. Поэтому и ответ состоит из трёх частей в этом порядке.

1. Ответ относительно «убеждённости и смелости в смысле порождения гипотез относительно установившихся понятий».

Для развития науки как жизненного компаса принципиально необходимо называть достигнутые результаты своими именами с непременным приведением уровня притязаний в соответствие с уровнем достижений, чтобы коллеги сразу правильно настраивались на восприятие, в итоге чётко и ясно понимали, что именно достигнуто и каким образом, и при желании и потребности могли это проверить, развить, использовать и преподать. В особенности для посильного развития достижений классиков науки действительно необходимы «убеждённость и смелость» «в смысле порождения гипотез относительно установившихся понятий». Разумеется, «убеждённость и смелость» должны быть обоснованы практикой как критерием истины. Диссертация является обобщением исследований автора с двадцатилетним безаварийным опытом его именно аналитических методов расчёта на прочность порядка тысячи конструкций в технике высоких давлений, причём в лаборатории прочности конструкций, работающих под давлением, ВНИИкомпрессормаш среди других использовался гидрокомпрессор на давления до 1600 МПа, что примерно в 15 раз превышает давление на дне Марианской впадины, глубочайшей в Мировом океане. Автор руководил испытанными по своим аналитическим методам численными конечно-элементными расчётами прочности внедрённых особо ответственных крупногабаритных сосудов высокого давления, в том числе для Института проблем прочности Академии Наук Украины, обосновал все эти расчёты и организовал их доскональные взыскательные проверки докторами и кандидатами наук, обсуждение и затем утверждение ИркутскНИИхимаш как головным институтом СССР по сосудам высокого давления.

2. Ответ относительно «понятия функций, собственных для систем заданных операторов, и, мало того, «с обобщением понятия собственной функции»».

Во-первых, «обобщение» есть первое и главенствующее слово названия диссертации.

Во-вторых, ввиду необходимости именно полезности деятельности, в частности научной, обобщается не то, что не устраивает обобщающего деятеля, а то, что настолько хорошо и полезно, что есть смысл дополнительно обобщить это во имя достижения ещё большей пользы.

В-третьих, анализ понятия собственной функции для оператора показывает, что оно является обобщением понятия неподвижной точки отображения, образ которой совпадает с ней как прообразом, причём эту точку следует понимать беспредельно общо, то есть не только как обычную геометрическую точку с нулевыми размерами, а как элемент области определения отображения. Тогда становится понятным, что собственная функция для оператора (добавление этого предлога предотвращает вполне возможное неверное её понимание как функции от оператора) есть обобщение неподвижной точки оператора, поскольку собственное значение оператора есть постоянная, не обязательно равная единице. Ведь по определению собственной функции для оператора оператор преобразует эту собственную функцию как прообраз в образ, равный произведению этой собственной функции на это собственное значение. Эти классические понятия и соответствующие методы и теории чрезвычайно полезны, особенно для исследований операторов. Однако собственные функции для операторов являются далеко не самыми простыми, так что разложения решений соответствующих уравнений по собственным функциям для операторов этих уравнений оказываются усложнёнными. Поэтому чрезвычайно полезно такое дальнейшее обобщение понятия неподвижной точки, что под ней понимается любое подмножество области определения отображения, которое преобразуется этим отображением само в себя (не обязательно на себя) и в этом смысле является собственным для этого отображения, тем самым не выводящего за пределы этого подмножества. В частном случае оператора как отображения функция-прообраз как элемент собственного (для этого оператора) множества, или класса, функций преобразуется этим оператором в некую функцию-образ как элемент этого же множества, или класса, причём образ не обязан быть ни пропорциональным (с постоянным числовым коэффициентом) прообразу, что свойственно собственной функции для оператора, ни тем более именно равным прообразу (с единичностью этого коэффициента), что свойственно обычной одноэлементной неподвижной точке. Следовательно, это обобщение понятия неподвижной точки отображения является также обобщением понятия собственной функции для оператора. В простейшем частном случае единственного уравнения как условия аннулирования единственного линейного оператора множество, или класс, всех степенных рядов как достаточно общих и достаточно простых функций очевидным образом является собственным множеством, или классом, функций для этого оператора, преобразующего любой степенной ряд в некий степенной ряд этого же множества, или класса, причём образ не обязан быть ни пропорциональным (с постоянным числовым коэффициентом) прообразу, что свойственно собственной функции для оператора, ни тем более именно равным прообразу (с единичностью этого коэффициента), что свойственно обычной одноэлементной неподвижной точке. В более общем указанном в диссертации частном случае системы функциональных уравнений собственной называется такая система множеств, или классов, функций, которая соответствующей системой операторов преобразуется в (не обязательно на) себя, то есть эта система операторов не выводит за пределы этой системы множеств, или классов, функций.

3. Ответ относительно доказательства необходимости бигармоничности функции Лява. Здесь для полноты ответа приходится отчасти повторить сказанное выше об этом применительно к степенному методу, который позволил впервые получить именно самое общее решение бигармонического уравнения в классе степенных рядов как собственном классе функций для оператора этого уравнения, в частности применительно к общему решению осесимметричной задачи теории упругости без объёмных сил и кручения через бигармоническую функцию напряжений Лява. Ляв доказал достаточность бигармоничности своей функции напряжений, через которую выражаются все перемещения и напряжения с помощью указанных им дифференциальных операторов, для точного выполнения всех уравнений равновесия и совместности деформаций. Однако проблема именно необходимости бигармоничности функции напряжений Лява для этого ранее даже не ставилась, хотя она имеет принципиальное значение, ведь при отсутствии такой необходимости возможна неполнота множества решений, получаемых посредством функций напряжений Лява. Эта проблема впервые отмечена, поставлена и именно положительно решена в этой диссертации, в которой тем самым строго доказана полнота множества решений, получаемых посредством функций напряжений Лява. Следовательно, в частности, никаких других полиномиальных решений осесимметричной задачи теории упругости без объёмных сил и кручения, кроме даваемых функциями напряжений Лява в степенных рядах как собственном классе функций для оператора бигармонического уравнения, принципиально не может быть.

«Подытоживая вышесказанное, а также учитывая, что результаты автора по разработанным им методам не публиковались им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема, следует заключить:

предложенные автором методики определения НДС осесимметричных тел на основе положений классической теории упругости с помощью метода правдоподобных гипотез для выбранных канонических форм и видов нагружения, охватывающих широкий спектр расчётных схем в технике высоких давлений, непротиворечивы и могут быть включены в множество методов построения частных решений и использованы для получения инженерных формул оценки прочности;

показана достоверность полученных в работе аналитических зависимостей для основных параметров НДС очерченных геометрических форм осесимметричных тел и проведён тщательный их анализ в сравнении с известными, что является несомненным вкладом автора в развитие инженерных методов расчёта в духе классических подходов сопротивления материалов;
претензии автора на обобщение аналитических методов предложенными им и рекомендации по расширению сферы применения последних помимо упомянутых в работе не обоснованы, а в смысле математических доказательств нуждаются в корректной их постановке.»

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

Выражаю искреннюю признательность за столь полезное замечание, дающее возможность дополнительно прояснить сделанное в диссертации.
Это замечание относится к тому, «что результаты автора по разработанным им методам не публиковались им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема», и к тому, что «претензии автора на обобщение аналитических методов предложенными им и рекомендации по расширению сферы применения последних помимо упомянутых в работе не обоснованы, а в смысле математических доказательств нуждаются в корректной их постановке». Поэтому и ответ состоит из двух частей в этом порядке.

1. Ответ относительно того, «что результаты автора по разработанным им методам НЕ публиковались им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема».

Во-первых, имеются 98 опубликованных научных трудов с основным содержанием настоящей докторской диссертации.
Во-вторых, в автореферате диссертации приведён список 45 главных из 98 опубликованных научных трудов с основным содержанием настоящей докторской диссертации.
В-третьих, в выписке из протокола научного семинара кафедры сопротивления материалов Сумского физико-технологического института от 12.11.1992 г. решено «признать большой объём отражённых в диссертации выполненных автором единолично теоретических исследований и проведённых в лаборатории прочности» (заведующий доцент, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Александр Абрамович Каминский) кафедры сопротивления материалов (заведующий член-корреспондент Инженерной Академии наук Украины Иван Борисович Каринцев) «экспериментальных исследований с личным участием автора». Поэтому понятны как совместность целого ряда соответствующих публикаций по теме диссертации, так и единоличность теоретических исследований автора диссертации в совместных публикациях. А в выписке из протокола № 5 научного семинара Института проблем прочности Академии Наук Украины от 23.06.1993 г. указан личный вклад соискателя в совместные с другими авторами публикации согласно их расположению в ф.1.11, в которых «результаты автора по разработанным им методам» «ПУБЛИКОВАЛИСЬ им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема». В частности:
«в публикации 90
(Амельянович К. К., Гелимсон Лев Г., Каринцев И. Б. Напряжённо-деформированное состояние и прочность светопрозрачных элементов иллюминаторов // Оптический журнал. 1992. 11. С. 11–15)
– применение степенной модификации аналитического метода макроэлементов к определению напряжённо-деформированных состояний и оптических свойств иллюминаторов высокого давления, сопоставление аналитических результатов с численными и экспериментальными при участии в разработке программы, проведении опытов и обработке полученных данных;
в научной монографии Г. С. Писаренко, К. К. Амельяновича, И. Б. Каринцева «Несущие и светопрозрачные элементы конструкций из стекла» (Киев: Наукова думка, 1987. 200 с.) с отмеченным в предисловии включением результатов исследований Л. Г. Гелимсона – исследование напряжённо-деформированного состояния и оптических свойств смотровых окон (Глава IV. «Напряжённо-деформированное состояние и оптические свойства смотровых окон». С. 132–191), в частности подробная разработка степенной модификации

аналитического метода макроэлементов и уточнений известных решений для пластин и плит, схемы нагружения которых и стеклоэлементов смотровых окон являются аналогичными.»
То же относится к публикации
(Амельянович К. К., Гелимсон Лев Г., Каринцев И. Б. К вопросу о критериальной оценке прочности цилиндрических стеклоэлементов иллюминаторов // Проблемы прочности. 1993. 10. С. 82–88):
личный вклад соискателя – применение степенной модификации аналитического метода макроэлементов к определению напряжённо-деформированных состояний и оптических свойств иллюминаторов высокого давления, сопоставление аналитических результатов с численными и экспериментальными при участии в разработке программы, проведении опытов и обработке полученных данных.
Эта статья была принята к печати ещё в 1992 году задолго до этого научного семинара 23 июня 1993 года, однако была опубликована после этого научного семинара, поэтому не включена в саму выписку из протокола этого научного семинара.
Разумеется, «результаты автора по разработанным им методам» «ПУБЛИКОВАЛИСЬ им как самостоятельная и важная с научной точки зрения проблема» также в его единоличных научных монографиях, статьях и докладах на Всесоюзных и Международной научно-технических конференциях. В частности:
в научной статье
(Гелимсон Лев Г. Циклически нагруженный двухслойный цилиндр с автофретированным внешним слоем // Конструирование, исследование, технология и организация производства компрессорных машин: Тематич. сб. науч. тр. Сумы: ВНИИкомпрессормаш, 1977. С. 70–76)
– идея создания двухслойных цилиндров с натягом, в которых хорошо работающий только на сжатие и плохо работающий на растяжение твердосплавный внутренний слой с высокой химической и износостойкостью сжат хорошо работающим также на растяжение самоскреплённым (автофретированным) внешним стальным слоем без при этом не требующейся высокой химической и износостойкости ввиду отсутствия его непосредственного взаимодействия с рабочей средой внутри цилиндра, с технологически осуществимым наилучшим сочетанием преимуществ и исключением недостатков обоих указанных типов конструкционных материалов, а также создание аналитического метода расчёта напряжённо-деформированных состояний слоёв таких цилиндров для оптимизации их проектирования;
в докладе на Всесоюзном научно-техническом совещании
(Гелимсон Лев Г. К исключению погрешности усреднения при обработке измерительной информации // Пути совершенствования, интенсификации и повышения надёжности аппаратов в основной химии: Второе Всесоюз. науч.-техн. совещ. Сумы, 1982. С. 144–147)
– создание основ: теории искажения данных при измерениях существенно неоднородных распределений; теории погрешностей усреднения при измерениях существенно неоднородных распределений; теории обращения общего оператора усреднения с решением проблем существования, единственности и точного или приближённого построения такого обращения; теории и методов определения коэффициентов мультипликации, восстанавливающих наибольшее значение измеряемой неоднородно распределённой величины по измеренным её значениям, которые искажены удалением, запаздыванием и усреднением ввиду неотъемлемых свойств измерительного элемента, например его инертности и конечных размеров;
в докладе на Всесоюзном научно-техническом совещании
(Гелимсон Лев Г. Электротензометрия поверхностей в зонах отверстий // Пути совершенствования, интенсификации и повышения надёжности аппаратов в основной химии: Второе Всесоюз. науч.-техн. совещ. Сумы, 1982. С. 148–151)
– создание основ теории и методов определения коэффициентов мультипликации при электротензометрии, в том числе мест концентрации напряжений в двумерных расчётных схемах и в трёхмерных реальных объектах различных конфигураций;

в докладе на Всесоюзном научно-техническом семинаре
(Гелимсон Лев Г. Напряжённо-деформированное состояние стеклоэлементов иллюминаторов // Проблемы прочности стекла и стеклокристаллических материалов: Всесоюзный семинар. Константиновка, 1991. С. 7–8)
– создание основ аналитического метода макроэлементов применительно к теории деформирования нагруженного по схеме основного типа в технике высоких давлений трёхмерного цилиндрического тела с открытием и обоснованием принципиально новых явлений и законов деформирования такого тела;
в докладе на Всесоюзном научно-техническом семинаре
(Гелимсон Лев Г. Прочность стеклоэлементов иллюминаторов // Проблемы прочности стекла и стеклокристаллических материалов: Всесоюзный семинар. Константиновка, 1991. С. 8–10)
– приложение аналитического метода макроэлементов к созданию теории прочности и разрушения нагруженного по схеме основного типа в технике высоких давлений трёхмерного цилиндрического тела с открытием и обоснованием принципиально новых явлений и законов прочности и разрушения такого тела;
в научной монографии, название которой совпадает с первой половиной названия диссертации,
(Гелимсон Лев Г. Обобщение аналитических методов решения задач прочности. Сумы: Друкар, 1992. 20 с.)
– выдвижение принципа допустимой простоты и основных идей диссертации, создание методов приведения критериев предельных состояний к всеобщим прочностным законам природы для любых материалов и нагружений, открытие недостаточности обычного коэффициента запаса при сложном нагружении с созданием аддитивного и мультипликативного методов индивидуализации запасов для независимых исходных параметров задачи, создание теории иерархизации схем нагружения пространственного тела с определением и исчерпанием общего типа алгебраическими суммами схем основного типа, обобщение и развитие степенного метода, создание интегрального метода, решение нетривиальных существенно трёхмерных задач упругости и прочности с открытием и обоснованием принципиально новых явлений и законов деформирования и прочности существенно трёхмерных тел, создание теорий тепловой сборки и запрессовки существенно трёхмерного составного цилиндра конечной длины, развитие теорий измерения существенно неоднородных распределений для электротензометрии мест концентрации напряжений и выдвижение принципов рационального управления прочностью конструкций;
в научной монографии на английском языке
(Gelimson Lev G. General Strength Theory. Sumy: Drukar Publishers, 1993. 64 pp.)
– развитие принципа допустимой простоты и основных идей диссертации, создание общей теории прочности с методами приведения критериев предельных состояний к всеобщим прочностным законам природы для любых материалов и нагружений и с методами исправления критериев предельных состояний для выражения открытого лауреатом Нобелевской премии Бриджменом явления упрочнения изотропных материалов при трёхосном равном сжатии и создание общей теории запасов с аддитивным и мультипликативным методами определения запаса множества в произвольном гильбертовом пространстве для индивидуализации запасов независимых исходных параметров любой математической задачи с ограничениями;
в докладе на Международной научно-технической конференции
(Гелимсон Лев Г. Метод обобщения критериев предельных состояний // Технология и качество стекла: Международная науч.-техн. конф. Константиновка, 1993. С. 98–100)
– развитие метода обобщения критериев предельных состояний в общей теории прочности с методами приведения критериев предельных состояний к всеобщим прочностным законам природы для любых материалов и нагружений;
в докладе на Международной научно-технической конференции

(Гелимсон Лев Г. Метод линейной коррекции критериев предельных состояний // Технология и качество стекла: Международная науч.-техн. конф. Константиновка, 1993. С. 100–101)
– развитие метода линейной коррекции критериев предельных состояний в общей теории прочности с методами исправления критериев предельных состояний для выражения открытого лауреатом Нобелевской премии Бриджменом явления упрочнения изотропных материалов при трёхосном равном сжатии;
в докладе на Международной научно-технической конференции
(Гелимсон Лев Г. Обобщённое определение коэффициента запаса // Технология и качество стекла: Международная науч.-техн. конф. Константиновка, 1993. С. 102–103)
– развитие общей теории запасов с созданием аддитивного и мультипликативного методов индивидуализации запасов для независимых исходных параметров любой математической задачи с ограничениями в произвольном гильбертовом пространстве;
в докладе на Международной научно-технической конференции
(Гелимсон Лев Г. Аналитический метод макроэлементов в осесимметричных упругих задачах // Технология и качество стекла: Международная науч.-техн. конф. Константиновка, 1993. С. 104–106)
– создание и развитие аналитического метода макроэлементов в степенной и интегральной модификациях, получаемых приложением обобщённых линейно-комбинационного и парциального методов соответственно к решению определяющих уравнений и их систем для осесимметричной упругой задачи с кусочно-гладкими граничными условиями без объёмных усилий, кручения и термоэффектов;
в докладе на Международной научно-технической конференции
(Гелимсон Лев Г. Обобщённые методы решения функциональных уравнений и их систем // Технология и качество стекла: Международная науч.-техн. конф. Константиновка, 1993. С. 106–108)
– создание и развитие обобщённых линейно-комбинационного и парциального методов точного или приближённого решения (с методами оценки погрешностей) произвольных систем функциональных уравнений как общих математических задач с обобщениями чистых и смешанных систем линейных и нелинейных алгебраических и неалгебраических (трансцендентных), дифференциальных, интегральных и других уравнений.
Следует заметить, что в академическом журнале в обзорной статье
(Охрименко Г. М. Республиканский семинар «Основы проектирования, изготовления и эффективного применения прочных корпусных конструкций из стёкол и керамики для океанологических приборов» // Проблемы прочности. 1991. № 3. С. 94–95. С. 95) опубликован отзыв о докладе Льва Григорьевича Гелимсона

«Применение сосудов высокого давления для лабораторных испытаний систем и элементов глубоководной техники / Л. Г. Гелимсон, В. В. Усенко, А. В. Васильев, М. В. Олефиренко, П. И. Хащина»

об опыте создания крупногабаритных сосудов высокого давления с использованием обобщённых аналитических методов расчёта напряжённо-деформированного состояния и прочности в диссертации Льва Григорьевича Гелимсона

«Обобщение аналитических методов решения задач прочности типовых элементов конструкций в технике высоких давлений»

на соискание учёной степени доктора технических наук
и об опыте внедрения крупногабаритных сосудов высокого давления, в том числе в Институте проблем прочности Национальной Академии Наук Украины:

«В докладе Л. Г. Гелимсона, В. В. Усенко, А. В. Васильева, М. В. Олефиренко и П. И. Хащины «Применение сосудов высокого давления для лабораторных испытаний систем и элементов глубоководной техники» освещён опыт создания и внедрения сосудов высокого давления для испытания оболочечных конструкций из силикатных и керамических материалов. Описанные камеры, одна из которых позволяет испытывать изделия диаметром до 1200 мм и длиной до 1800 мм внешним давлением до 60 МПа, выгодно отличаются от известных меньшей металлоёмкостью и простотой в обслуживании. Широкое внедрение таких камер будет способствовать дальнейшему улучшению эксплуатационных свойств оболочечных конструкций.»

Старший научный сотрудник
Института проблем прочности
Национальной Академии Наук Украины
кандидат технических наук
Григорий Михайлович Охрименко

<u>2. Ответ относительно того, что «претензии автора на обобщение аналитических методов предложенными им и рекомендации по расширению сферы применения последних помимо упомянутых в работе не обоснованы, а в смысле математических доказательств нуждаются в корректной их постановке».</u>

<u>Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон</u>:

Иерархическая надсистема достигнутых обобщений включает синергично взаимодействующие лишь условно выделяемые системы математических, метрологических, механических и прочностных обобщений, из которых здесь есть смысл указать лишь некоторые основные достигнутые обобщения.

<u>1. Система некоторых основных достигнутых математических обобщений</u>

1.1) совсем не учитывающая количеств наличных элементов и поэтому лишь условно пригодная для математического моделирования классическая <u>теория множеств Кантора</u>, лежащая в основе современной математики, математически строго проанализирована и для любого математического моделирования обобщена <u>теорией количественных множеств</u> с непременно точно учитываемыми произвольными (не только безразмерными числовыми) количествами наличных элементов, что необходимо для всеобщих законов сохранения, для математического моделирования произвольных совокупностей и для теории и общих методов последовательного выравнивания частных погрешностей отношений общей математической задачи между собой;

1.2) чистые и смешанные <u>системы</u> линейных и нелинейных алгебраических и неалгебраических (трансцендентных), дифференциальных, интегральных и других <u>уравнений</u> математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены произвольной <u>системой функциональных уравнений</u> как <u>общей математической задачей</u> с известными операторами над искомыми функциями известных аргументов;

1.3) понятия <u>линейности оператора</u> и <u>линейных</u> <u>независимости</u> и <u>зависимости</u> при учёте лишь <u>конечных</u> линейных комбинаций математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены понятиями <u>полной линейности оператора</u> и <u>полных линейных</u> <u>независимости</u> и <u>зависимости</u> (при учёте даже <u>бесконечных</u> линейных комбинаций), при которых из аннулирования даже <u>бесконечной</u> линейной комбинации непременно следует или не обязано следовать соответственно аннулирование всех её коэффициентов;

1.4) понятие <u>неподвижной точки отображения</u> математически строго проанализировано и для любого математического моделирования обобщено понятием <u>собственного множества, или класса, для отображения</u>, так что собственное множество, или собственный класс, отображается <u>в</u> себя (необязательно <u>на</u> себя), то есть отображение не выводит за пределы собственного множества, или класса, для отображения. При этом не требуется ни тождественное <u>совпадение</u> образа отдельного элемента собственного множества, или класса, с прообразом, как в случае <u>неподвижной точки</u>, ни даже <u>числовой пропорциональности</u> такого образа прообразу, как в случае <u>собственной функции для оператора</u> с его <u>собственным значением</u> как таким коэффициентом пропорциональности, так что в частном случае <u>единичности</u> собственного значения собственная функция для оператора является его обобщённой неподвижной точкой. Если в частном случае отображение является системой операторов в системе функциональных уравнений, то собственное множество, или класс, для отображения есть собственная система видов (классов) функций для системы операторов. При этом в случае единственности уравнения и оператора получается собственный вид (класс) функций для оператора с глубоким и очень полезным обобщением собственной функции для оператора;

1.5) использование теорем единственности разложений функций в ряды математически строго проанализировано и для любого математического моделирования обобщено полной линейно-комбинационной методологией решения общих математических задач, основанной на понятиях полной линейности оператора и полных линейных независимости и зависимости (при учёте даже бесконечных линейных комбинаций), при которых из аннулирования даже бесконечной линейной комбинации непременно следует или не обязано следовать соответственно аннулирование всех её коэффициентов, в частности для общих решений общим (полу)степенным методом гармонического и бигармонического уравнений в степенных рядах как собственных классах функций для операторов этих уравнений, в том числе применительно к функциям напряжений и к общему (полу)степенному аналитическому методу макроэлементов как к (полу)степенной модификации аналитической методологии макроэлементов для существенно трёхмерных тел;

1.6) приближённые методы с неполным удовлетворением условий решаемой задачи математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены целочастичной (парциальной) методологией решения общих математических задач с возможным разбиением заданной системы функциональных отношений решаемой задачи на возможно более полную разрешающую подсистему простейших отношений и на остаточную оценочную подсистему сложнейших отношений, в том числе применительно к общему интегральному методу и к общему интегральному аналитическому методу макроэлементов как интегральной модификации аналитической методологии макроэлементов для существенно трёхмерных тел;

1.7) узко применимое нечёткое понятие приближённого отношения математически строго проанализировано и для любого математического моделирования обобщено универсальным чётким понятием формального (независимого от истинности) отношения. В частности, узко применимое нечёткое понятие приближённого равенства математически строго проанализировано и для любого математического моделирования обобщено универсальным чётким понятием приравнивания как формального (независимого от истинности) равенства;

1.8) условно пригодная, не универсальная, нелогичная, двусмысленная, вопреки замыслу могущая превышать единицу и быть неограниченной относительная погрешность как метод оценивания математически строго проанализирована, исправлена и для любого математического моделирования обобщена безусловно пригодной, универсальной, логичной, однозначной, по замыслу всегда в пределах от нуля до единицы благодаря неравенству треугольника всеобщей погрешностью как методом оценивания;

1.9) условно пригодный, не универсальный, неинвариантный, нелогичный, произвольно субъективно отсекающий выбросы как наиболее неприятную часть данных, на деле опирающийся на вносящие большой вклад в минимизируемую сумму квадратов именно наихудшие сохраняемые данные и почти пренебрегающий вносящими малый вклад в минимизируемую сумму квадратов именно наилучшими данными, могущий вести к неприемлемости и даже к извращениям действительности, произвольно ограничивающийся аналитически удобнейшей второй степенью, вообще не улучшающий свой получаемый итог и совсем не оценивающий его качество, по существу единственный широко применяемый для решения переопределённых задач с превышением числа неизвестных числом уравнений решаемой системы, в частности любых задач аналитического приближения дискретных данных, классический метод наименьших квадратов Лежандра и «короля математики» Гаусса математически строго проанализирован, исправлен и для любого математического моделирования обобщён безусловно пригодным, универсальным, инвариантным, логичным, широко применимым, при выборе аналитически удобнейшей второй степени именно правильно использующим формулы метода наименьших квадратов, последовательно (итерационно) улучшающим свои получаемые итоги и правильно оценивающим их качество, успешно применимым для решения переопределённых задач с превышением числа неизвестных числом уравнений решаемой системы, в частности любых задач аналитического приближения дискретных данных, методом наименьших нормированных степеней, в частности квадратов, в том числе безусловно пригодным, универсальным, инвариантным, логичным, широко применимым, лишённым произвольного субъективизма отсечения выбросов как наиболее неприятной части данных, полностью и наилучшим образом учитывающим непременно все данные решаемой задачи, на деле опирающимся на вносящие наибольший вклад в минимизируемую сумму степеней, в частности квадратов, именно наилучшие данные, при выборе аналитически удобнейшей второй степени именно правильно использующим формулы метода наименьших квадратов, последовательно (итерационно) улучшающим свои получаемые итоги и правильно оценивающим их качество, успешно применимым для решения переопределённых задач с превышением числа неизвестных числом уравнений решаемой системы, в частности любых задач аналитического приближения дискретных данных, методом наименьших нормально взвешенных степеней, в частности квадратов;

1.10) по существу аддитивные окрестности точки (для неё – ввиду центральной симметрии) и множества в математике и мультипликативный коэффициент запаса в задаче прочности математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены теорией и общими аддитивным и мультипликативным методами определения окрестности и запаса произвольного множества относительно допускаемого множества в гильбертовом пространстве в любой математической задаче с ограничениями, в частности общего запаса как функции индивидуальных запасов независимых переменных.

2. Система некоторых основных достигнутых метрологических обобщений

2.1) методы оценки и исправления измерительной информации математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены общими теориями и методами оценки и исправления погрешностей усреднения при измерениях существенно неоднородных пространственных и/или временных статических и динамических распределений. Среди этих общих теорий и методов:

2.1.1) теория искажения данных при измерениях существенно неоднородных распределений;

2.1.2) теория погрешностей усреднения при измерениях существенно неоднородных распределений;

2.1.3) теория обращения общего оператора усреднения с решением проблем существования, единственности и точного или приближённого построения такого обращения;

2.1.4) теория и методы определения коэффициентов мультипликации, восстанавливающих наибольшее значение измеряемой неоднородно распределённой величины по измеренным её значениям, которые искажены удалением, запаздыванием и усреднением ввиду неотъемлемых свойств измерительного элемента, например его инертности и конечных размеров;

2.1.5) теория и методы определения коэффициентов мультипликации при электротензометрии, в том числе мест концентрации напряжений в двумерных расчётных схемах и в трёхмерных реальных объектах различных конфигураций;

2.2) методы обработки данных математически строго проанализированы и для любого математического моделирования обобщены общими теориями и методами наилучших аналитических приближений к дискретным экспериментальным данным с их разбросом при опоре именно на лучшие из них и при взвешенном учёте именно всех данных без исключения выбросов, в том числе применительно к совершенствованию методов экспериментальных исследований напряжённо-деформированных состояний и прочности конструкций при высоких давлениях. Среди этих общих теорий и методов:

2.2.1) общая теория анализа приемлемости методов обработки данных с открытыми и доказанными принципиальными изъянами абсолютной и относительной погрешностей и якобы незаменимого классического метода наименьших квадратов Гаусса и Лежандра, причём за пределами крайне узких областей приемлемости (пригодности) возможны неоднозначность, неопределённость, неинвариантность, даже извращения действительности;
2.2.2) теория и общие методы наименьших нормально взвешенных степеней с опорой на всеобщую погрешность, тогда как обладающий дюжиной взаимосвязанных принципиальных пороков в сущности и применимости метод наименьших квадратов опирается на явно недостаточную абсолютную погрешность;
2.2.3) теория и общие методы последовательного выравнивания частных погрешностей отношений общей математической задачи между собой;
2.2.4) теория и общие методы уравновешивания самих отношений общей математической задачи между собой;
2.2.5) теория и общие методы целесообразного взвешивания данных для опоры именно на лучшие из них при учёте всех данных без исключения выбросов и при возможности именно правильного использования формул аналитически простейшего классического метода наименьших квадратов с его произвольным выбрасыванием наихудших данных и его действительной опорой на самые худшие из сохраняемых данных ввиду ничтожности вклада наилучших данных в сумму квадратов отклонений, минимизируемую этим методом.

3. Система некоторых основных достигнутых обобщений в механике деформируемого твёрдого тела

3.1) схемы осесимметричного (без объёмных сил и кручения) нагружения проанализированы и обобщены теорией открытых иерархичности типов схем осесимметричного (без объёмных сил и кручения) нагружения трёхмерного сплошного или кольцевого цилиндрического тела и существования и общего метода конструктивного определения основного типа схем (с одним свободным торцом), алгебраические суммы схем которого исчерпывают общий тип, тогда как в технике высоких давлений общим является тип схем с равномерным давлением на боковую поверхность и ступенчатыми давлениями на торцы (основания), а основным является тип схем с равномерными давлениями на боковую поверхность, на одно основание и на кольцевую периферическую часть другого основания;
3.2) полиномиальные методы решения упругих задач математически строго проанализированы и обобщены общим (полу)степенным методом, в частности общим (полу)степенным аналитическим методом макроэлементов как (полу)степенной модификацией аналитической методологии макроэлементов, для впервые решаемых нетривиальных задач механики, прочности и оптики нагруженных именно существенно трёхмерных тел;
3.3) приближённые методы решения упругих задач математически строго проанализированы и обобщены общим интегральным методом, в частности общим интегральным аналитическим методом макроэлементов как интегральной модификацией аналитической методологии макроэлементов, для впервые решаемых нетривиальных задач механики, прочности и оптики нагруженных именно существенно трёхмерных тел;
3.4) методы приближённого выполнения граничных условий математически строго проанализированы и обобщены теорией минимизации невязок сопряжения аналитических решений для макроэлементов разбиения существенно трёхмерного тела между собой и с граничными условиями его нагружения, осуществляемой среднеквадратичным, обеспечивающим минимакс модуля и коллокационным методами;
3.5) приближённые методы решения упругих задач математически строго проанализированы и обобщены теорией и аналитическими методами устранения минимизированных невязок сопряжения аналитических решений для макроэлементов разбиения существенно трёхмерного тела между собой и с граничными условиями его нагружения;
3.6) теории осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание круглой пластины и круглой плиты, жёстко защемлённых по краю, математически строго

проанализированы и обобщены теорией осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание сплошного существенно трёхмерного цилиндрического тела, жёстко защемлённого по краю;

3.7) теории осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание круглой пластины и круглой плиты, свободно опёртых по краю, математически строго проанализированы и обобщены теорией осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание сплошного существенно трёхмерного цилиндрического тела, свободно опёртого по краю;

3.8) теория осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание круглой пластины, свободно опёртой по окружности меньшего радиуса, математически строго проанализирована и обобщена теорией осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание сплошного существенно трёхмерного цилиндрического тела, свободно опёртого по окружности меньшего радиуса;

3.9) теория осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание круглой пластины, уравновешиваемой повышенным равномерным противодавлением на кольцевую периферическую часть другого основания, математически строго проанализирована и обобщена теорией осесимметричного изгиба равномерным давлением на одно основание сплошного существенно трёхмерного цилиндрического тела, уравновешиваемого повышенным равномерным противодавлением на кольцевую периферическую часть другого основания;

3.10) теория плоского напряжённого состояния составного цилиндра бесконечно малой длины и теория плоского деформированного состояния составного цилиндра бесконечно большой длины математически строго проанализированы и обобщены теориями принципиально трёхмерных напряжённо-деформированных процессов составного цилиндра конечной длины при его тепловой сборке и запрессовке;

3.11) решения задач механики, прочности и оптики математически строго проанализированы и обобщены теориями комплексной оптимизации совокупностей механических, прочностных и оптических свойств несущих и светопрозрачных существенно трёхмерных элементов и систем различных конфигураций, в том числе с концентраторами напряжений, трением и взаимными сцеплением и проскальзыванием.

4. Система некоторых основных достигнутых прочностных обобщений

4.1) частные критерии предельных состояний и прочности математически строго проанализированы и обобщены общей теорией прочности материалов с открытием первых в истории всеобщих прочностных законов природы (в том числе путём исправляющего и обобщающего приведения к ним известных частных критериев предельных состояний и прочности) в закономерных инвариантных самопредельных самоопасных безразмерных всеобщих напряжениях с приведением размерных напряжений, в частности делением на модули их одноосных пределов тех же направлений и знаков при прочих равных условиях нагружения. Среди соответствующих обобщений:

4.1.1) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом приведения главных напряжений делением неотрицательных главных напряжений на предельное напряжение одноосного растяжения и делением неположительных главных напряжений на модуль предельного напряжения одноосного сжатия постоянно нагруженного изотропного материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию;

4.1.2) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом приведения главных напряжений делением каждого неотрицательного главного напряжения на предельное напряжение одноосного растяжения в направлении этого главного напряжения и делением каждого неположительного главного напряжения на модуль предельного напряжения одноосного сжатия в направлении этого главного напряжения постоянно нагруженного ортотропного материала, различно сопротивляющегося растяжениям и сжатиям, в случае совпадения главных направлений напряжённого состояния с основными напряжениями ортотропии;

4.1.3) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом приведения главных напряжений делением каждого неотрицательного главного напряжения на предельное напряжение одноосного растяжения в направлении этого главного напряжения и делением каждого неположительного главного напряжения на модуль предельного напряжения одноосного сжатия в направлении этого главного напряжения постоянно нагруженного произвольно анизотропного материала, различно сопротивляющегося растяжениям и сжатиям;

4.1.4) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом переменного скалярного приведения главных напряжений с постоянной нумерацией за всё время нагружения независимо от алгебраической упорядоченности их величин делением каждого неотрицательного главного напряжения в каждый момент времени на предельное напряжение одноосного растяжения в направлении этого главного напряжения в тот же момент времени при тех же остальных (кроме одноосности) условиях нагружения и делением каждого неположительного главного напряжения в каждый момент времени на модуль предельного напряжения одноосного сжатия в направлении этого главного напряжения в тот же момент времени при тех же остальных (кроме одноосности) условиях нагружения переменно (с возможными вращениями главных направлений напряжённого состояния в точке во времени) нагруженного произвольно анизотропного материала, различно сопротивляющегося растяжениям и сжатиям (наиболее общий случай, для которого ранее не было даже предложений по формулировкам возможных критериев предельных состояний и который и ведёт именно ко всеобщим критериям предельных состояний как всеобщим прочностным законам природы);

4.1.5) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом переменного скалярного приведения главных напряжений с постоянной нумерацией за всё время нагружения независимо от алгебраической упорядоченности их величин делением каждого неотрицательного главного напряжения в каждый момент времени за вычетом среднего напряжения цикла с наибольшим амплитудным напряжением цикла на предельное напряжение одноосного растяжения в направлении этого главного напряжения в тот же момент времени при тех же остальных (кроме одноосности) условиях нагружения за вычетом среднего напряжения цикла с наибольшим амплитудным напряжением цикла и делением каждого неположительного главного напряжения в каждый момент времени за вычетом среднего напряжения цикла с наибольшим амплитудным напряжением цикла на модуль предельного напряжения одноосного сжатия в направлении этого главного напряжения в тот же момент времени при тех же остальных (кроме одноосности) условиях нагружения за вычетом среднего напряжения цикла с наибольшим амплитудным напряжением цикла переменно (с возможными вращениями главных направлений напряжённого состояния в точке во времени) нагруженного произвольно анизотропного материала, различно сопротивляющегося растяжениям и сжатиям (наиболее общий случай, для которого ранее не было даже предложений по формулировкам возможных критериев предельных состояний и который и ведёт именно ко всеобщим критериям предельных состояний как всеобщим прочностным законам природы);

4.1.6) метод приведения главных напряжений их делением на предельное напряжение одноосного растяжения постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом постоянного векторного приведения каждого из главных напряжений к постоянному векторному всеобщему напряжению (с ординатой как амплитудой равноопасного одноосного циклического напряжения с таким же или наименее уклоняющимся средним напряжением цикла как абсциссой) напряжённого процесса (переменной программы) этого переменно скалярно приведённого одноосного главного напряжения за всё время нагружения при постоянной нумерации главных напряжений (независимо от алгебраической упорядоченности их величин) переменно (с возможными вращениями главных направлений напряжённого состояния в точке во времени) нагруженного произвольно анизотропного материала, различно сопротивляющегося растяжениям и сжатиям (наиболее общий случай, для которого ранее не было даже предложений по формулировкам возможных критериев предельных состояний и который и ведёт именно ко всеобщим критериям предельных состояний как всеобщим прочностным законам природы);
4.1.7) частные и общий критерии предельных состояний постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализированы и обобщены частными и общим критериями предельных состояний произвольно нагруженного любого материала;
4.1.8) метод линейного исправления частных и общего критериев предельных состояний постоянно нагруженного изотропного материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, математически строго проанализирован и обобщён методом линейного исправления частных и общего критериев предельных состояний произвольно нагруженного любого материала, в частности для учёта экспериментально установленного лауреатом Нобелевской премии Бриджменом упрочняющего влияния равномерного всестороннего сжатия;
4.2) метод определения запаса прочности математически строго проанализирован и обобщён общей теорией прочности объектов с дальнейшими обобщениями всеобщих прочностных законов природы с предельных состояний также на непредельные состояния с запасом прочности при сложном нагружении как функцией частных запасов независимых нагрузок с учётом наиболее опасного их сочетания и общей теорией запаса. Среди соответствующих обобщений:
4.2.1) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён теорией равносильной множественности любого критерия предельных состояний с доказательством произвольности мультипликативного запаса любого непредельного состояния;
4.2.2) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён теорией выбора (по принципу допустимой простоты из множества эквивалентов) единственного простейшего критерия предельных состояний с единственностью мультипликативного запаса любого непредельного состояния;
4.2.3) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён теорией мультипликативного запаса любого непредельного состояния;
4.2.4) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён теорией аддитивного запаса любого непредельного состояния;
4.2.5) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён теорией частных запасов, в том числе выражаемых через некий единый для них запас, с учётом наиболее опасного сочетания взаимно независимых нагрузок, необходимым при сложном нагружении;

4.2.6) метод определения запаса прочности по любому критерию предельных состояний математически строго проанализирован и обобщён общей теорией запаса множества в гильбертовом пространстве в любой математической задаче с ограничениями;
4.2.7) методы решения задач прочности математически строго проанализированы и обобщены теориями прочности существенно трёхмерных тел различных конфигураций, в том числе с концентраторами напряжений, трением и взаимными сцеплением и проскальзыванием.

«Здесь следует заметить, что возможности современной вычислительной техники и программные коды такого численного метода, например, как МКЭ, в настоящее время позволяют на уровне обратных матриц соответствующих систем линейных уравнений строить универсальные аналоги инженерных формул, что для двумерных задач теории упругости уже может быть сравнимо по эффективности с аналитическими методами. К сожалению, автор этот вопрос не затрагивает.»

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

1. Выражаю искреннюю признательность за столь полезное замечание, дающее возможность дополнительно прояснить сделанное в диссертации.
Во-первых, в диссертации во избежание превышения общепринятого объёма пришлось сократить изложение общеизвестного в аналитическом обзоре с целью более полного представления именно оригинальных исследований и их результатов.
Во-вторых, в диссертации использованы численно-аналитические подходы для представления непрерывных эпюр и изолиний перемещений и напряжений по дискретным численным данным метода конечных элементов.
В-третьих, именно и только аналитические методы отличаются от других методов, в том числе численно-аналитических, численных и экспериментальных методов, необходимой и крайне полезной для любых научных исследований полной и безусловной, чёткой и однозначной проверяемостью результатов.
В-четвёртых, именно и только аналитические методы отличаются от других методов, в том числе численно-аналитических, численных и экспериментальных методов, необходимым и крайне полезным для любых научно-технических исследований непосредственным получением непременно аналитических зависимостей целевых параметров оптимизации именно от исходных параметров решаемой задачи.

Диссертант Лев Григорьевич Гелимсон:

В заключение выражаю искреннюю признательность

официальному оппоненту
старшему научному сотруднику
Института проблем прочности
Национальной Академии Наук Украины,
доктору технических наук, старшему научному сотруднику
Павлу Павловичу Ворошко

за интересные, проникновенные, чрезвычайно глубокие, полезные, взыскательные и поучительные положительный отзыв на диссертацию и дающие возможность дополнительно прояснить достигнутое в диссертации замечания, в том числе с признанием полезности сделанных обобщения и развития достижений классиков:

«предложенные автором методики определения НДС осесимметричных тел на основе положений классической теории упругости с помощью метода правдоподобных гипотез для выбранных канонических форм и видов нагружения, охватывающих широкий спектр расчётных схем в технике высоких давлений, непротиворечивы и могут быть включены в

множество методов построения частных решений и использованы для получения инженерных формул оценки прочности;
показана достоверность полученных в работе аналитических зависимостей для основных параметров НДС очерченных геометрических форм осесимметричных тел и проведён тщательный их анализ в сравнении с известными, что является несомненным вкладом автора в развитие инженерных методов расчёта в духе классических подходов сопротивления материалов».