ОБЩИЕ ТЕОРИИ НАБОРОВ И ДОМНОЖЕСТВ (ПРЕДМНОЖЕСТВ) С КОЛИЧЕСТВАМИ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОГЛОЩАЮЩИМИ И СОХРАНЯЮЩИМИ НАЛИЧНЫЕ КОЛИЧЕСТВА ЭЛЕМЕНТОВ ДЕЙСТВИЯМИ КАК НЕОБХОДИМЫЕ И ПОЛЕЗНЫЕ ДОПОЛНЕНИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ КАНТОРА

Ph.D. & Dr.Sc. Lev Grigorevic Gelimson

Академический институт создания всеобщих наук (Мюнхен)

Мюнхен: Издательство Всемирной Академии наук «Коллегиум», 1964, 1969, 2020

ОБЩИЕ ТЕОРИИ НАБОРОВ И ДОМНОЖЕСТВ (ПРЕДМНОЖЕСТВ) С КОЛИЧЕСТВАМИ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОГЛОЩАЮЩИМИ И СОХРАНЯЮЩИМИ НАЛИЧНЫЕ КОЛИЧЕСТВА ЭЛЕМЕНТОВ ДЕЙСТВИЯМИ КАК НЕОБХОДИМЫЕ И ПОЛЕЗНЫЕ ДОПОЛНЕНИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ КАНТОРА

Гелимсон Лев Григорьевич,

доктор технических наук в разделе «Физико-математические науки» по Классификатору Высшей Аттестационной Комиссии,

директор, Академический институт создания всеобщих наук, Мюнхен, Германия,

E-mail: Leohi@mail.ru Web: http://kekmir.ru/members/person_6149.html

Аннотация. Созданы общие теории наборов и домножеств (предмножеств) с возможным и непременным учётом количеств элементов совокупности соответственно с поглощающими и сохраняющими наличные количества элементов действиями как необходимые и полезные дополнения теории множеств Кантора.

Ключевые слова: математика, теория множеств Кантора, домножество, предмножество, набор, измерение количества элементов совокупности, алгебраическое действие, основная теорема арифметики, основная теорема алгебры, уравнение с кратными корнями, сумма разнородных величин, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, объединение, пересечение, симметрическая разность, линейное векторное пространство над скалярным полем, поглощение, сохранение. УДК 51

Мюнхен: Издательство Всемирной Академии наук «Коллегиум», 1964, 1969, 2020

THE GENERAL THEORIES OF KITS AND PRESETS WITH ELEMENT QUANTITIES AND OPERATIONS ABSORBING AND PRESERVING THE AVAILABLE QUANTITIES OF ELEMENTS AS A NECESSARY AND USEFUL SUPPLEMENT TO THE CANTOR SET THEORY

Gelimson Lev Grigorevic,

Ph. D. & Dr. Sc. in Engineering

in the section “Physical and Mathematical Sciences”

by the Highest Attestation Commission Classifier,

Director, Academic Institute for Creating Universal Sciences, Munich, Germany,

E-mail: Leohi@mail.ru Web: http://kekmir.ru/members/person_6149.html

Abstract. The general theories of kits and presets possibly and necessarily taking into account elements quantities, respectively, with operations absorbing and preserving the available quantities of elements have been created as a necessary and useful supplement to the Cantor set theory.

Keywords: mathematics, Cantor set theory, preset, kit, collection element quantity measurement, algebraic operation, basic theorem of arithmetic or algebra, equation with multiple roots, sum of dissimilar quantities, greatest common divisor, least common multiple, union, intersection, symmetric difference, linear vector space over scalar field, absorption, conservation.

UDC 51

Publishing House of the All-World Academy of Sciences “Collegium”, Munich, 1964, 1969, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Введение

1. Принципиальные изъяны теории множеств Кантора, не учитывающей кратностей наличных элементов

2. Общие теории домножеств (предмножеств) и наборов с непременным и возможным учётом количеств элементов соответственно

Заключение

Библиография

ПРЕДИСЛОВИЕ

Это третья именно собственная научная работа, полностью самостоятельно задуманная, подготовленная, завершённая и осуществлённая первоначально в 12-летнем возрасте в 1964 году под названием «Совокупности с различением и исчислением одинаковых предметов» с обобщением, во-первых, совокупности всех корней уравнения с кратными корнями, а во-вторых, совокупности отчасти кратных монет и бумажных денежных знаков.

В 17-летнем возрасте в 1969 году выигрыша областных олимпиад по всем предметам и третьих мест на Всеукраинской и Всесоюзной олимпиадах по математике и окончания физико-математического специального класса будущих гимназии и лицея с золотой медалью, одной из двух в областном центре, во втором осуществлении научная работа получила название «Конечные и бесконечные совокупности с различением и исчислением кратных предметов как добавление к теории множеств». Третье издание настоящей научной монографии последовало через 56 лет после первого осуществления.

ВВЕДЕНИЕ

Классическая математика с открытием парадоксов бесконечного Галилеем и Больцано зиждется на теории множеств Кантора, совершенно не учитывающей повторений наличных элементов.

Классическая математика, начиная со своих основ, явно недостаточна для миропонимания и решения многих видов насущных задач жизни, науки и техники.

Теория множеств Кантора с её определением равенства множеств как взаимной принадлежности всех их элементов принципиально лишена учёта количеств наличных элементов с поглощениями одинаковых элементов и без законов сохранения.

Автор в 12 лет установил, что ни совокупность всех корней уравнения с некоторыми кратными корнями, ни любая совокупность с некоторыми действительно не различимыми предметами, ни любая совокупность с некоторыми условно не различаемыми предметами не является множеством Кантора ввиду кратности некоторых наличных элементов.

Первоначально автор открыл это явление по принципу допустимой простоты на простейшем примере квадратного уравнения с единственным двукратным нулевым корнем

$$x^2 = (x - 0)^2 = 0.$$

По следствию из основной теоремы алгебры это квадратное уравнение и вообще любое квадратное уравнение имеет ровно два комплексных корня, если каждый корень считать столько раз, какова его кратность. То есть для выполнения следствия из основной теоремы алгебры необходимо считать

единственный нулевой корень данного квадратного уравнения именно двукратным.

С другой стороны, по определению для полного решения любой задачи необходимо и достаточно найти именно множество Кантора всех её решений.

Однако по общему определению равенства множеств Кантора (каждый элемент любого из этих множеств является элементом любого другого из этих множеств) именно множество Кантора

$$\{0, 0\} = \{0\}$$

всех корней данного квадратного уравнения имеет единственный не двукратный, а однократный, то

есть простой, нулевой корень, как не квадратное, а линейное уравнение

$$\mathbf{x = x - 0 = 0.}$$

Для этого <u>линейного</u> уравнения следствие из основной теоремы алгебры совместно с моделированием совокупности всех корней уравнения именно множеством Кантора всех корней уравнения <u>не ведёт</u> к противоречию потому и только потому, что это линейное уравнение не имеет и ввиду линейности не может иметь кратных корней, то есть обладающих превышающей единицу кратностью.

А для данного квадратного уравнения следствие из основной теоремы алгебры совместно с моделированием совокупности всех корней уравнения именно множеством Кантора всех корней уравнения ведёт к противоречию потому и только потому, что это квадратное уравнение имеет кратный, в данном случае именно и только двукратный, корень.

Причина данной противоречивости заключается в том, что множество Кантора вследствие общего определения равенства множеств Кантора не способно сохранять и поэтому именно устойчиво

выражать никакую превышающую единицу кратность любого из элементов множества.

Следовательно, любая совокупность с не единичным количеством хотя бы одного наличного элемента выходит за пределы объёма понятия множества Кантора и в этом смысле принципиально является немножеством (экстрамножеством, сверхмножеством).

Автор в 12 лет установил, что любое <u>пересчитывание</u> (<u>счёт</u>) и любое <u>количество</u> произвольных предметов совокупности более чем одного предмета предполагают отвлечение от каких

бы то ни было взаимных различий этих предметов и поэтому несовместимы с понятием множества Кантора, отождествляющим состоящую из одного предмета совокупность с совокупностью любого количества именно таких же одинаковых предметов.

Автор в 12 лет установил явление неустойчивости и поэтому плохой определённости количества всех элементов множества Кантора, поскольку такие бесконечно малые изменения всех кратных элементов, которые делают эти кратные элементы не равными ни друг другу, ни другим элементам

множества, влекут увеличение количества всех элементов множества на превышение суммы кратностей всех элементов множества над количеством всех первоначально различных элементов множества как первоначальным количеством всех элементов множества.

Автор вначале открыл это явление по принципу допустимой простоты на простейшем примере множества

$$\{a, x\},$$

состоящего из действительного числа a как постоянного действительного элемента и из

принимающей любые действительные значения переменной x как переменного действительного элемента.

Если и только если значение x отличается от числа a на любую ненулевую величину

$$x - a,$$

даже сколь угодно малую по абсолютному значению

$$|x - a|,$$

то это множество состоит ровно из двух элементов.

Но если и только если x принимает как раз значение a, то это множество по общему определению равенства множеств по Кантору равно

одноэлементному множеству, состоящему из единственного элемента a:

$$\{a, x\} = \{a, a\} = \{a\}.$$

Следовательно, даже бесконечно малые изменения элементов множества Кантора, ведущие к переходам равенств некоторых элементов в их неравенства и, наоборот, неравенств некоторых элементов в их равенства, могут привести к изменению количества элементов множества Кантора.

То есть количество элементов множества Кантора является плохо определённым и неустойчивым.

А поэтому и само множество Кантора является плохо определённым и неустойчивым.

Кроме того, и количество элементов множества Кантора, и само множество Кантора ещё и не вполне объективны в смысле возможности их зависимости от некоторых субъективных условий при одних и тех же объективных условиях.

Для доказательства этого автор конкретизировал то двухэлементное множество

$$\{a, x\},$$

а именно принял в качестве числ<u>а</u> a постоянный в течение тогдашнего 1964 г<u>о</u>да свой возраст по

календарным годам как разность тогдашнего 1964 года и 1952 года рождения

$$a = 12 = 1964 - 1952$$

и в качестве переменной x переменный, то есть являющийся функцией объективного момента времени t и могущий быть целым или иметь положительную дробную часть в зависимости от принятия тех или иных субъективных условий, свой возраст в годах

$$x(t)$$

и получил двухэлементное множество

$$\{12, x(t)\}.$$

При этом возможны принципиально различные разумные методы определения своего возраста x в годах, выбираемые субъективно, тогда как при любом выборе субъективного метода определения своего возраста x в годах сам свой возраст вполне объективен.

Достаточно привести следующие три примера такого субъективного выбора метода.

1. Субъективный выбор принципиально возможного, но едва ли где-либо применяемого математического метода определения своего

возраста в годах действительным числом с возможной положительной дробной частью с учётом разности рассматриваемого момента времени и времени моего рождения в свой день рождения в рассматриваемом году.

Автор родился между 15 и 16 часами (за отсутствием более точных данных в качестве логичного приближения точного времени рождения можно для определённости принять среднее арифметическое этих временных границ, в данном случае 15 часов 30 минут) 02.05.1952.

До 15 часов 30 минут 02.05.1964

$$x(t) < 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго меньше первого элемента, причём на бесконечно малую положительную величину

$$12 - x(t)$$

при бесконечном приближении к этому моменту, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

Ровно в 15 часов 30 минут 02.05.1964

$$x(t) = 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

равен первому элементу, так что двухэлементность множества не сохраняется и оно равно одноэлементному множеству, состоящему из единственного элемента 12:

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}.$$

После 15 часов 30 минут 02.05.1964

$$x(t) > 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго больше первого элемента, причём на бесконечно малую положительную величину

$$x(t) - 12$$

при бесконечном приближении к этому моменту, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

В итоге любое ненулевое бесконечно малое отклонение от годовщины в 1964 году моменту своего рождения с равенством

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}$$

двухэлементного множества одноэлементному множеству ведёт к восстановлению принципиальной двухэлементности множества

{12, x(t)}.

2. Субъективный выбор календарно-годового метода определения своего возраста в годах неотрицательным целым числом как разностью рассматриваемого календарного года и года своего рождения.

Автор родился в 1952 году.

До 01.01.1964

$$x(t) < 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго меньше первого элемента, причём на конечную величину, в данном случае единицу,

$$12 - x(t) = 1$$

при бесконечном приближении к этому моменту, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

Весь 1964 год

$$x(t) = 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

равен первому элементу, так что двухэлементность множества не сохраняется и оно равно одноэлементному множеству, состоящему из единственного элемента 12:

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}.$$

После 31.12.1964

$$x(t) > 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго больше первого элемента, причём на конечную величину, в данном случае единицу,

$$x(t) - 12 = 1$$

при бесконечном приближении к этому моменту, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

В итоге любой ненулевой бесконечно малый выход за пределы всего календарного 1964 года с равенством

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}$$

двухэлементного множества одноэлементному множеству ведёт к восстановлению принципиальной двухэлементности множества

$\{12, x(t)\}$.

3. Субъективный выбор календарно-дневного метода определения своего возраста в полных годах неотрицательным целым числом как целой частью своего возраста в годах с учётом дня рождения в рассматриваемом году.

Автор родился 02.05.1952.

До 02.05.1964

$$x(t) < 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго меньше первого элемента, причём на конечную величину, в данном случае единицу,

$$12 - x(t) = 1$$

при бесконечном приближении к 02.05.1964, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

С 02.05.1964 до 02.05.1965

$$x(t) = 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

равен первому элементу, так что двухэлементность множества не сохраняется и оно равно одноэлементному множеству, состоящему из единственного элемента 12:

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}.$$

С 02.05.1965

$$x(t) > 12,$$

второй элемент множества

$$\{12, x(t)\}$$

строго больше первого элемента, причём на конечную величину, в данном случае единицу,

$$x(t) - 12 = 1$$

при бесконечном приближении к 01.05.1965, так что двухэлементность множества необходимо сохраняется и оно не превращается в одноэлементное множество.

В итоге любой ненулевой бесконечно малый выход за пределы отрезка

$$[02.05.1964, 01.05.1965]$$

с равенством

$$\{12, x(t)\} = \{12, 12\} = \{12\}$$

двухэлементного множества одноэлементному множеству ведёт к восстановлению принципиальной двухэлементности множества

{12, x(t)}.

Автор в 12 лет установил, что вследствие неустойчивости и поэтому плохой определённости количества всех элементов множества Кантора само понятие множества Кантора неустойчиво, лишено объективного смысла и зависит от субъективной точки зрения, причём практическая подгонка совокупности под понятие множества Кантора даже

в случае принципиальной осуществимости заведомо нецелесообразна и нелепа. Например, совокупность многочисленных зёрен в мешке зерна моделируется множеством Кантора при необходимом и достаточном условии попарного различения именно всех отдельных зёрен, что неприемлемо, а если различений отдельных зёрен не проводить вообще, то заведомо неприемлемо моделируется одноэлементным множеством Кантора, состоящим из единственного зёрнышка.

Автор в 12 лет установил, что в общем случае необходимо точное или приближённое измерение

количества элемента в совокупности, причём не только отвлечёнными безразмерными числами даже в случае принципиальной осуществимости заведомо нецелесообразных подсчётов, например яблок в вагоне или зёрнышек и тем более частичек муки в мешке, но и другими практически куда более удобными точными или приближёнными мерами, например массы в килограммах, объёма в литрах и даже ориентировочных чайной, десертной или столовой ложки, сумки, рюкзака, ящика, вагона.

Автор в 12 лет открыл явление приобретения смысла отвлечённо бессмысленным суммированием

принципиально разнородных единиц измерения применительно к количеству элемента, например 10 кг + 2 л воды, ведро как мера объёма плюс 2 кг яблок.

Таким образом, автору с 12 лет начали проясняться и уже в 17 лет были вполне ясны некоторые основополагающие принципиальные изъяны классической математики.

Созданы общие теории домножеств (предмножеств) и наборов с непременным и возможным учётом количеств элементов

совокупности соответственно. Поэтому понятие множества именно необходимо дополняется понятием домножества (предмножества), причём оба понятия объединяются и обобщаются понятием гибкого набора, в котором количества некоторых элементов могут учитываться, а количества некоторых других элементов могут не учитываться.

Домножества (предмножества) с непременным учётом количеств элементов совокупностей являются количественными предшественниками

бесколичественных множеств, тем более важными, что именно теория множеств принята основополагающей во всей современной математике.

В частности, возможны и подлежат непременно кратному учёту одинаковые корни уравнения, одинаковые ненулевые слагаемые суммы или одинаковые не единичные сомножители ненулевого произведения (в том числе при разложениях положительных целых чисел на простые множители по основной теореме арифметики, скажем, для нахождения наибольшего общего делителя и

наименьшего общего кратного этих чисел), поэтому вместе с различными образующие не множества, а домножества (предмножества), в том числе жизненно необходимые для различения совокупности сколь угодно большого количества условно неразличаемых монет одинаковой покупательной способности и совокупности из одной такой монеты, поскольку соответствующие множества равны между собой и приравнивают собственность сверхбогатых собственности нищих.

1. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ИЗЪЯНЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ КАНТОРА, НЕ УЧИТЫВАЮЩЕЙ КРАТНОСТЕЙ НАЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Основополагающей во всей современной математике является именно теория множеств Кантора. Георг Кантор ввёл понятие множества как «многого, мыслимого как единое», причём в итоге двойной абстракции (отвлечения), а именно от природы элементов множества и от их порядка.

Однако на самом деле Георг Кантор ввёл понятие множества в итоге даже тройной абстракции (отвлечения), а именно ещё и от количеств наличных элементов множества, что следует из определения равенства множеств как взаимной принадлежности всех их элементов.

Теория множеств Кантора принципиально лишена учёта повторений наличных элементов с поглощениями одинаковых элементов и без законов сохранения.

В некоторых случаях такие повторения несущественны, и тогда теория множеств Кантора может быть вполне приемлемой и чрезвычайно полезной.

Однако во многих других случаях повторения элементов этих множеств являются не только существенными, но и принципиально важными и определяющими, а то и жизненно необходимыми.

По Кантору множество, состоящее из сколь угодно большого числа обладающих одинаковой покупательной способностью и поэтому условно неразличаемых монет, в точности равно множеству, состоящему из одной такой монеты, поскольку каждый элемент любого из этих множеств является элементом другого из этих множеств.

То есть ввиду своей полной нечувствительности к повторениям элементов множеств теория множеств Кантора неспособна различать сколь угодно большое богатство и нищету.

Пример неколичественности множеств Кантора.

$$\{1_{(1)}, 1_{(2)}, \dots , 1_{(1000000000)}\} = \{1\}.$$

То есть множество, состоящее из миллиарда одинаковых монет, классической математикой считается в точности равным множеству, состоящему из одной такой монеты, при условии неразличаемости всех этих монет, которое вполне можно принять ввиду равенства их покупательной способности как их важнейшего атрибута.

Вообще во многих случаях счёта, например взаимозаменяемых предметов сервиза, кирпичей или деталей, изготовленных по одним и тем же чертежам, неминуемо происходит отвлечение (абстракция) от несущественных неизбежных различий предметов между собой. Однако не только в жизни, производстве, хозяйствовании и экономике, но и непосредственно в самой математике достаточно типична необходимость учёта количеств элементов совокупности, в частности учёта кратности таких элементов, превышающей единицу.

Например, таковы одинаковые ненулевые слагаемые в сумме или одинаковые не единичные сомножители ненулевого произведения, в том числе при разложениях положительных целых чисел на считаемые с их кратностями простые множители по основной теореме арифметики, скажем, для нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного этих чисел.

Совокупность

$$p_1, p_2, p_3, \dots , p_k \ (k \in \{1, 2, 3, \dots\})$$

именно всех простых множителей разложения

$$n = p_1p_2p_3\dots p_k$$

превышающего единицу целого числа n в произведение простых множителей по основной теореме арифметики выражена множеством по Кантору

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots , p_k\}$$

тогда и только тогда, когда все эти простые множители непременно различны между собой, то есть входят только с единичными кратностями в это произведение.

В общем случае возможных повторений одних и тех же простых множителей

$$p_1, p_2, p_3, \dots, p_k \ (k \in \{1, 2, 3, \dots\})$$

в разложениях с кратностями как показателями степеней

$$n_1 = p_1^{h(1;1)} p_2^{h(1;2)} p_3^{h(1;3)} \dots p_j^{h(1;j)} \dots p_k^{h(1;k)},$$

$$n_2 = p_1^{h(2;1)} p_2^{h(2;2)} p_3^{h(2;3)} \dots p_j^{h(2;j)} \dots p_k^{h(2;k)},$$

$$n_3 = p_1^{h(3;1)} p_2^{h(3;2)} p_3^{h(3;3)} \dots p_j^{h(3;j)} \dots p_k^{h(3;k)},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$n_i = p_1^{h(i;1)} p_2^{h(i;2)} p_3^{h(i;3)} \dots p_j^{h(i;j)} \dots p_k^{h(i;k)},$$

……………………………………………………………

$$n_m = p_1^{h(m;1)} p_2^{h(m;2)} p_3^{h(m;3)} \ldots p_j^{h(m;j)} \ldots p_k^{h(m;k)}$$

$$(i,\ j,\ m \in \{1, 2, 3, \ldots\},\ h(i;j) = h_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\})$$

произвольного конечного множества превышающих единицу целых чисел n_i с неотрицательными целыми кратностями $h(i;j) = h_{ij}$ наибольший общий делитель множества всех этих чисел n_i составляет

$$(n_1, n_2, n_3, \ldots , n_i, \ldots , n_m) = p_1^{\min h(i;1)|i=1,\ldots,m} p_2^{\min h(i;2)|i=1,\ldots,m} p_3^{\min h(i;3)|i=1,\ldots,m} \ldots p_j^{\min h(i;j)|i=1,\ldots,m} \ldots p_k^{\min h(i;k)|i=1,\ldots,m},$$

а их наименьшее общее кратное составляет

$$[n_1, n_2, n_3, \ldots , n_i , \ldots , n_m] = p_1^{\max h(i;1)|i=1,\ldots,m} p_2^{\max h(i;2)|i=1,\ldots,m} p_3^{\max h(i;3)|i=1,\ldots,m} \ldots p_j^{\max h(i;j)|i=1,\ldots,m} \ldots p_k^{\max h(i;k)|i=1,\ldots,m},$$

где, укажем ещё раз, все минимумы и все максимумы берутся по всем элементам i одного и того же множества {1, 2, 3, ... , m}.

Кроме того, по следствию из основной теоремы алгебры любое алгебраическое уравнение положительной целой степени n с комплексными коэффициентами имеет ровно n комплексных корней, если каждый корень считать столько раз, какова его кратность. Отсюда следует, что даже говорить именно о множестве всех корней такого уравнения можно тогда и только

тогда, когда все его корни являются простыми, то есть имеющими единичную кратность.

К тому же число элементов конечного множества по Кантору может быть разрывной функцией некоторых сколь угодно малых изменений элементов множества.

Определение. Пределом множества при его предельном переходе называется множество пределов всех его элементов при этом предельном переходе.

Следствие. Для существования предела множества при его предельном переходе необходимо и достаточно существование предела каждого элемента этого множества при этом предельном переходе.

Теорема. Число элементов конечного множества по Кантору может быть разрывным при таких сколь угодно малых изменениях элементов множества (включая предельные переходы этих элементов), когда становятся различные элементы равными, а равные элементы различными.

Доказательство.

Для доказательства этого общего утверждения достаточен частный контрпример, который к тому же может быть сделан весьма общим.

Пусть g является произвольным комплексным числом, а $\{f_1, f_2, f_3, \ldots, f_m\}$ с превышающим единицу целым числом m является произвольным конечным множеством попарно различных комплексных чисел.

Тогда

$$\lim_{n\to+\infty}\{g + f_1/n, g + f_2/n, g + f_3/n, \ldots, g + f_m/n\} = \{g\},$$

то есть предел множества, при каждом n состоящего из сколь угодно большого конечного числа m непременно различных элементов, может быть одноэлементным множеством, чего достаточно для доказательства теоремы контрпримером.

Следовательно, теория множеств Кантора, играющая основополагающую роль в современной математике, явно недостаточна. Так что необходима также и теория таких совокупностей, в которых непременно точно учитываются или хотя бы в принципе при

необходимости или желании могут учитываться не только различные элементы, как в множествах по Кантору, но и количества (в частности кратности) всех элементов.

2. ОБЩИЕ ТЕОРИИ ДОМНОЖЕСТВ (ПРЕДМНОЖЕСТВ) И НАБОРОВ С НЕПРЕМЕННЫМ И ВОЗМОЖНЫМ УЧЁТОМ КОЛИЧЕСТВ ЭЛЕМЕНТОВ СООТВЕТСТВЕННО

Созданы общие теории домножеств (предмножеств) и наборов с непременным и возможным учётом количеств элементов совокупности соответственно. Поэтому понятие множества именно необходимо дополняется понятием домножества (предмножества),

причём оба понятия объединяются и обобщаются понятием гибкого набора, в котором количества некоторых элементов могут учитываться, а количества некоторых других элементов могут не учитываться. Домножества (предмножества) с непременным учётом количеств элементов совокупностей являются количественными предшественниками бесколичественных множеств, тем более важными, что именно теория множеств принята основополагающей во всей современной математике. В частности, как отмечено выше применительно к множествам, возможны и

подлежат непременно кратному учёту одинаковые корни уравнения, одинаковые ненулевые слагаемые в сумме или одинаковые не единичные сомножители ненулевого произведения (в том числе при разложениях положительных целых чисел на простые множители по основной теореме арифметики, скажем, для нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного этих чисел), поэтому вместе с различными образующие не множества, а домножества (предмножества), в том числе жизненно необходимые для различения совокупности сколь

угодно большого количества условно неразличимых монет одинаковой покупательной способности и совокупности из одной такой монеты, поскольку соответствующие множества равны между собой и приравнивают собственность сверхбогатых собственности нищих.

Определение. Домножеством (предмножеством) A называется совокупность {}° и объединение ∪° количественных элементов $_{q(\gamma)}a_\gamma$ как элементов a_γ с их непременно точно учитываемыми количествами $q(\gamma) = q_\gamma$, в частности кратностями.

Обозначение. Домножества (предмножества), их отношения и действия над ними обозначаются соответствующими знаками теории множеств с добавлениями знака градуса ° непосредственно справа.

Пример.

$$A =^{\circ} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^{\circ} =^{\circ} \cup^{\circ}{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma.$$

Обозначение. Количественный элемент ${}_{q(\gamma)}a_\gamma$ обозначается как элемент a_γ совместно с его количеством $q(\gamma) = q_\gamma$ в (частности кратностью), указываемым в левом нижнем указателе (индексе).

Определение. Подобными называются количественные элементы с одинаковыми элементами.

Определение. Приведением подобных количественных элементов называется их замена равносильным подобным элементом, количество которого равно сумме количеств приводимых подобных элементов, причём количественные элементы с нулевыми количествами опускаются в окончательных итогах, но предварительно могут использоваться и даже вводиться для (предваряющего объединение, пересечение,

сравнение, другие действия и отношения) приведения различных домножеств (предмножеств) к их общему составу (множеству) элементов.

Определение. Приведением домножества (предмножества) называется приведение всех его подобных количественных элементов.

Определение. Приведённым домножеством (предмножеством) называется итог его приведения, являющийся домножеством (предмножеством).

Обозначение. Приведённое домножество (предмножество) обозначается дополнительным правым нижним указателем (индексом) R (reduced):

$$A =^{\circ}_{R} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^{\circ}_{R} =^{\circ} \cup^{\circ}_{R\ \gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma.$$

Следствие. Приведённое домножество (предмножество) является совокупностью количественных элементов с непременно различными элементами.

Определение. Количеством элемента в домножестве (предмножестве) называется или его количество в единственном количественном элементе с этим

элементом в приведённом домножестве (предмножестве), если такой количественный элемент наличествует, или нуль, если такой количественный элемент отсутствует.

Определение. Домножества (предмножества) называются равными, если в них количество любого элемента одно и то же.

Следствие. Равные приведённые домножества (предмножества) имеют

одну и ту же совокупность количественных элементов, возможно, в разном порядке.

Следствие. Пусть каждому индексу $\gamma \in \Gamma$ из индексного множества Γ соответствует корень a_γ алгебраического уравнения в разрешённом виде разложения на линейные множители с единичным коэффициентом высшей степени

неизвестного x, имеющий кратность $q(\gamma) = q_\gamma$. Тогда это уравнение представимо следующим образом:

$$\Pi_{\gamma\in\Gamma} (x - a_\gamma)^{q(\gamma)} = 0.$$

При таких обозначениях домножество (предмножество) всех корней этого уравнения принимает указанный выше и ещё раз для удобства восприятия приводимый здесь вид

$$\mathbf{A} =^\circ \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}\mathbf{a}_\gamma\}^\circ =^\circ \cup^\circ{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}\mathbf{a}_\gamma.$$

Степень этого уравнения по следствию из основной теоремы алгебры и равное этой степени количество всех корней этого уравнения, каждый из которых считается столько раз, какова его кратность, составляют

$$\Sigma_{\gamma\in\Gamma}\, q(\gamma) = \Sigma_{\gamma\in\Gamma}\, q_\gamma.$$

Множество Кантора считает вполне равносильной замену подлинной кратности любого наличного элемента любой не меньшей единицы его кратностью, которая может быть конечной, счётно бесконечной и даже несчётно бесконечной, и поэтому принципиально не способно сохранять и именно устойчиво выражать никакую

подлинную кратность любого наличного элемента. При этом без всякого обоснования, которого нет и быть не может, из этого бесконечного множества возможностей явно указывается единственная минимально возможная единичная замена, то есть принимается

$$q(\gamma) = q_\gamma = 1.$$

Такая единичность ограниченных множеством Кантора всех кратностей наличных элементов соответствует уравнению

$$\Pi_{\gamma\in\Gamma} (x - a_\gamma)^1 = \Pi_{\gamma\in\Gamma} (x - a_\gamma) = 0.$$

Поэтому при таких обозначениях множество Кантора всех корней этого уравнения принимает вид

$$A_1 = \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_1a_\gamma\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ a_\gamma\}.$$

Степень этого уравнения по следствию из основной теоремы алгебры и равное этой степени количество всех корней этого уравнения, каждый из которых считается столько раз, какова его кратность, составляют количество элементов Q(Г) индексного множества Г:

$$\Sigma_{\gamma\in\Gamma} 1 = Q(\Gamma).$$

В частности, именно домножества (предмножества) верно представляют указанное выше послужившее открытию соответствующего явления простейшее по закону допустимой простоты квадратное уравнение с единственным двукратным нулевым корнем

$$(x - 0)^2 = x^2 = 0$$

и домножество (предмножество) всех корней этого уравнения

$$A =^\circ \{_2 0\}^\circ =^\circ \{0, 0\}^\circ.$$

А множества Кантора неверно дают вместо квадратного уравнения с единственным двукратным нулевым корнем линейное уравнение с единственным простым, то есть однократным, нулевым корнем

$$(x - 0)^1 = x - 0 = x = 0$$

и множество Кантора всех корней этого уравнения

$$A_1 = \{_1 0\} = \{0\}.$$

Так что дополнение множеств Кантора в основе всей современной математики открытыми и изобретёнными мною в 12 лет домножествами (предмножествами) действительно необходимо.

Теорема. В множестве Кантора кратность любого наличного элемента должна быть не меньше единицы, а в остальном является полностью неопределённой, а именно, любой конечной, счётно бесконечной и даже несчётно бесконечной.

Доказательство. Достаточно ограничиться рассмотрением множества

Кантора, состоящего из любого единственного элемента a, поскольку при превышающем единицу количестве различных наличных элементов множества Кантора каждый из его элементов может быть рассмотрен именно таким образом благодаря произвольности этого единственного элемента a.

По общему определению равенства множеств Кантора между собой (каждый элемент любого из этих множеств является элементом любого другого из этих множеств)

$$\{a\} = \{_1a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_1a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ a_{(\gamma)}\} = \{_{Q(\Gamma)}a\}\ (Q(\Gamma) \geq 1),$$

где Q(Г) есть совпадающее с мощностью |Г| при конечности множества Г и

уточняющее мощность |Г| при бесконечности множества Г количество элементов произвольного индексного множества Г, не меньшее единицы, в остальном полностью произвольное, а именно, любое конечное, счётно бесконечное и даже несчётно бесконечное, что и требовалось доказать.

Для наглядности полезно привести примеры конечного, счётно бесконечного и даже несчётно бесконечного индексного множества Г.

Пример конечного индексного множества Г:

$$\Gamma = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n\}, n \in N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\};$$

$$Q(\Gamma) = |\Gamma| = n;$$

$$\{a\} = \{{}_1a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_1a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ a_{(\gamma)}\} =$$

$$\{{}_{Q(\Gamma)}a\} = \{{}_na\} = \{a_{(1)}, a_{(2)}, a_{(3)}, a_{(4)}, a_{(5)}, \dots , a_{(n)}\}.$$

Пример счётно бесконечного индексного множества Г мощности $\aleph_0$ – алеф-нуль:

$$\Gamma = N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\};$$

$$|\Gamma| = \aleph_0;$$

$$\{a\} = \{{}_1a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_1a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ a\} = \{{}_{\gamma\in\Gamma}\ a_{(\gamma)}\} =$$

$$\{{}_{Q(\Gamma)}a\} = \{a_{(1)}, a_{(2)}, a_{(3)}, a_{(4)}, a_{(5)}, \dots\}.$$

Пример несчётно бесконечного индексного множества Γ = R всех действительных чисел мощности континуума c:

$$\Gamma = R;$$

$$|\Gamma| = c;$$

$$\{a\} = \{_1a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_1a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ a\} = \{_{\gamma\in\Gamma}\ a_{(\gamma)}\} = \{_{\gamma\in R}\ a_{(\gamma)}\} = \{_{Q(\Gamma)}a\} = \{_{Q(R)}a\}.$$

Следствие. Не меньшее единицы количество любого наличного элемента множества Кантора является во всём остальном полностью неопределённым и может быть любым конечным, счётно бесконечным и даже несчётно бесконечным.

Следствие. Любое непустое множество Кантора содержит хотя бы один элемент,

причём не меньшее единицы количество любого наличного элемента множества Кантора является во всём остальном полностью неопределённым и может быть любым конечным, счётно бесконечным и даже несчётно бесконечным. Поэтому любое непустое множество Кантора является во всём остальном полностью неопределённым.

Следствие. Единственным вполне определённым множеством Кантора является пустое множество.

Определение. Совокупным приведением приведённых домножеств (предмножеств) к их общему множеству элементов называется формальное дополнение каждого из них имеющими нулевые количества и потому пустыми количественными элементами с недостающими элементами этого общего

множества как объединения множеств всех элементов всех совокупно приводимых приведённых домножеств (предмножеств).

Определение. Совокупно приведёнными домножествами (предмножествами) называются итоги совокупного приведения приведённых домножеств (предмножеств) к их общему множеству элементов, являющиеся домножествами (предмножествами).

Обозначение. Совокупно приведённые домножества (предмножества) обозначаются дополнительным

правым нижним указателем (индексом) CR (commonly reduced):

$$A_1 =°_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma} {}_{q(1,\gamma)}a_\gamma\}°_{CR};\ A_2 =°_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma} {}_{q(2,\gamma)}a_\gamma\}°_{CR}.$$

Определение. Объединением приведённых домножеств (предмножеств) называется приведённое домножество (предмножество), каждый элемент которого является элементом хотя бы одного из объединяемых приведённых домножеств (предмножеств) и имеет количеством точную верхнюю грань количеств (наибольшее из количеств при его существовании, всегда для

конечного объединения) этого элемента во всех объединяемых приведённых домножествах (предмножествах):

$$\cup^{\circ}{}_{CR\ \lambda\in\Lambda} A_\lambda =^{\circ}{}_{CR} \cup^{\circ}{}_{CR\ \lambda\in\Lambda} \{_{\gamma\in\Gamma\ q(\lambda,\gamma)} a_\gamma\}^{\circ}{}_{CR} =^{\circ}{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ \sup\{q(\lambda,\gamma)|\lambda\in\Lambda\}} a_\gamma\}^{\circ}{}_{CR}.$$

Определение. Пересечением приведённых домножеств (предмножеств) называется приведённое домножество (предмножество), каждый элемент которого является элементом каждого из пересекаемых приведённых домножеств (предмножеств) и имеет количеством точную нижнюю грань количеств (наименьшее из количеств при его существовании, всегда для

конечного объединения) этого элемента во всех пересекаемых приведённых домножествах (предмножествах):

$$\cap^\circ{}_{CR\ \lambda\in\Lambda}\mathbf{A}_\lambda =^\circ{}_{CR} \cap^\circ{}_{CR\ \lambda\in\Lambda}\{_{\gamma\in\Gamma\ q(\lambda,\gamma)}\mathbf{a}_\gamma\}^\circ{}_{CR} =^\circ{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ \inf\{q(\lambda,\gamma)|\lambda\in\Lambda\}}\mathbf{a}_\gamma\}^\circ{}_{CR}.$$

Определение. Домножественной разностью уменьшаемого и вычитаемого приведённых домножеств (предмножеств) называется приведённое домножество (предмножество), каждый элемент которого является элементом уменьшаемого приведённого домножества (предмножества) и имеет количеством наибольшее из нуля и разности количеств этого элемента в

уменьшаемом и вычитаемом приведённых домножествах (предмножествах):

$$\mathbf{A_1 \backslash^\circ{}_{CR} A_2 =^\circ{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ q(1,\gamma)}a_\gamma\}^\circ{}_{CR} \backslash^\circ{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ q(2,\gamma)}a_\gamma\}^\circ{}_{CR} =^\circ{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ \max\{0,q(1,\gamma)-q(2,\gamma)\}}a_\gamma\}^\circ{}_{CR}.}$$

Определение. Симметрической количественной разностью двух приведённых домножеств (предмножеств) называется приведённое домножество (предмножество), каждый элемент которого является элементом хотя бы одного из этих двух приведённых домножеств (предмножеств) и имеет количеством норму (модуль) разности

количеств этого элемента в этих двух приведённых домножествах (предмножествах):

$$A_1 \Delta°_{CR} A_2 =°_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(1,\gamma)}a_\gamma\}°_{CR} \Delta°_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(2,\gamma)}a_\gamma\}°_{CR}$$

$$=°_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{||q(1,\gamma)-q(2,\gamma)||}a_\gamma\}°_{CR}.$$

Примеры обозначений и для множеств, и для домножеств (предмножеств) с добавлением знака градуса ° справа.

$$\{0, 3, 3, 5, 5\} = \{0, 0, 0, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5\} = \{0, 3, 5\},$$

$$\{0, 3, 3, 5, 5\}° \neq° \{0, 0, 0, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5\}° =° \{_3 0, {}_3 3, {}_4 5\}°;$$

$$\{0, -3\} \cup \{1, -3\} \cup \{-3\} = \{0, -3, 1\},$$

$$\{0, -3\}° \cup° \{1, -3\}° \cup° \{-3\}° =° \{0, -3, -3, -3, 1\}° =° \{0, {}_3{-3}, 1\}°;$$

$$\{-7\} \cap \{-7\} = \{-7, -7, -7, -7, -7\} \cap \{-7, -7, -7\} = \{-7\},$$

$$\{-7, -7, -7, -7, -7\}° \cap° \{-7, -7, -7\}° =° \{-7, -7, -7\}° =° \{_3{-7}\}°;$$

$$\{-2\} \setminus \{-2\} = \{-2, -2, -2, -2, -2, -2\} \setminus \{-2, -2\} = \emptyset,$$

$$\{-2, -2, -2, -2, -2, -2\}^\circ \setminus^\circ \{-2, -2\}^\circ =^\circ \{-2, -2, -2, -2\}^\circ =^\circ \{{}_4{-2}\}^\circ;$$

$$\{-4, 9\} \Delta \{-4, 9\} = \{-4, -4, -4, -4, 9\} \Delta \{-4, 9, 9\} = \emptyset,$$

$$\{-4, -4, -4, -4, 9\}^\circ \Delta^\circ \{-4, 9, 9\}^\circ =^\circ \{-4, -4, -4, 9\}^\circ =^\circ \{{}_3{-4}, 9\}^\circ.$$

Обозначение. В общем случае произвольных или хотя бы весьма больших кратностей одинаковых элементов не приведённых домножеств (предмножеств), в том числе для указания этих кратностей, одинаковые элементы могут искусственно различаться порядковыми числами в круглых скобках в правых нижних указателях (индексах).

Примеры.

$$\{0_{(1)}, 0_{(2)}, 0_{(3)}, 3_{(1)}, 3_{(2)}, 3_{(3)}, 5_{(1)}, 5_{(2)}, 5_{(3)}, 5_{(4)}\}^\circ =^\circ \{{}_30, {}_33, {}_45\}^\circ;$$

$$\{{}_{h(i;1)}p_1, {}_{h(i;2)}p_2, {}_{h(i;3)}p_3, \dots , {}_{h(i;j)}p_j, \dots , {}_{h(i;k)}p_k\}^\circ =^\circ$$
$$\{p_{1(1)}, p_{1(2)}, p_{1(3)}, \dots , p_{1(h(i;1))}; p_{2(1)}, p_{2(2)}, p_{2(3)}, \dots , p_{2(h(i;2))};$$
$$p_{3(1)}, p_{3(2)}, p_{3(3)}, \dots , p_{3(h(i;3))}; \dots ; p_{j(1)}, p_{j(2)}, p_{j(3)}, \dots , p_{j(h(i;j))}; \dots ;$$
$$p_{k(1)}, p_{k(2)}, p_{k(3)}, \dots , p_{k(h(i;k))}\}^\circ.$$

Пример. Домножества (предмножества) $P(n_i)$ всех простых делителей m указанных выше положительных целых чисел больше единицы в общем случае возможных повторений одних и тех же простых множителей

$$p_1, p_2, p_3, \ldots , p_k \ (k \in \{1, 2, 3, \ldots\})$$

в разложениях произвольного конечного множества превышающих единицу целых чисел n_i с неотрицательными целыми кратностями $h(i;j) = h_{ij}$.

$$P(n_1) =^\circ \{{}_{h(1;1)}p_1, {}_{h(1;2)}p_2, {}_{h(1;3)}p_3, \ldots , {}_{h(1;j)}p_j, \ldots , {}_{h(1;k)}p_k\}^\circ,$$

$$P(n_2) =^\circ \{{}_{h(2;1)}p_1, {}_{h(2;2)}p_2, {}_{h(2;3)}p_3, \ldots , {}_{h(2;j)}p_j, \ldots , {}_{h(2;k)}p_k\}^\circ,$$

$$P(n_3) =^\circ \{{}_{h(3;1)}p_1, {}_{h(3;2)}p_2, {}_{h(3;3)}p_3, \ldots , {}_{h(3;j)}p_j, \ldots , {}_{h(3;k)}p_k\}^\circ,$$

………………………………………………………………………

$$P(n_i) =^\circ \{{}_{h(i;1)}p_1, {}_{h(i;2)}p_2, {}_{h(i;3)}p_3, \ldots , {}_{h(i;j)}p_j, \ldots , {}_{h(i;k)}p_k\}^\circ,$$

••

$$P(n_m) =^\circ \{_{h(m;1)}p_1, {}_{h(m;2)}p_2, {}_{h(m;3)}p_3, \ldots , {}_{h(m;j)}p_j, \ldots , p_k{}^{h(m;k)}\}^\circ$$

$$(i, j, m \in \{1, 2, 3, \ldots\},$$

$$(h(i;j) = h_{ij} \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\}).$$

<u>Домножество</u> (<u>предмножество</u>) $P(n_1, n_2, n_3, \ldots , n_i, \ldots , n_m)$ <u>всех</u> <u>простых</u> <u>делителей</u> <u>наибольшего</u> <u>общего</u> <u>делителя</u>

$$(n_1, n_2, n_3, \ldots , n_i, \ldots , n_m) = p_1{}^{\min h(i;1)|i=1,\ldots,m} p_2{}^{\min h(i;2)|i=1,\ldots,m} p_3{}^{\min h(i;3)|i=1,\ldots,m} \ldots p_j{}^{\min h(i;j)|i=1,\ldots,m} \ldots p_k{}^{\min h(i;k)|i=1,\ldots,m}$$

множества всех этих m чисел n_i составляет

$$P(n_1, n_2, n_3, \dots , n_i, \dots , n_m) =° \{_{\min h(i;1)|i=1,\dots,m}p_1, {}_{\min h(i;2)|i=1,\dots,m}p_2, {}_{\min h(i;3)|i=1,\dots,m}p_3, \cdots , {}_{\min h(i;j)|i=1,\dots,m}p_j, \cdots , {}_{\min h(i;k)|i=1,\dots,m}p_k\}° =$$

$$P(n_1) \cap° P(n_2) \cap° P(n_3) \cap° \dots \cap° P(n_i) \cap° \dots \cap° P(n_m),$$

то есть <u>пересечение</u> <u>домножеств</u> (<u>предмножеств</u>) $P(n_i)$ <u>всех</u> <u>простых</u> <u>делителей</u> m указанных выше положительных целых чисел больше единицы.

<u>Домножество</u> (<u>предмножество</u>) $P[n_1, n_2, n_3, \dots , n_i , \dots , n_m]$ <u>всех</u> <u>простых</u> <u>делителей</u> <u>наименьшего</u> <u>общего</u> <u>кратного</u>

$$[n_1, n_2, n_3, \dots , n_i , \dots , n_m] = p_1^{\max h(i;1)|i=1,\dots,m} p_2^{\max h(i;2)|i=1,\dots,m} p_3^{\max h(i;3)|i=1,\dots,m} \dots p_j^{\max h(i;j)|i=1,\dots,m} \dots p_k^{\max h(i;k)|i=1,\dots,m}$$

множества всех этих m чисел n_i составляет

$$P[n_1, n_2, n_3, \dots , n_i , \dots , n_m] =^\circ \{_{\max h(i;1)|i=1,\dots,m}p_1, {}_{\max h(i;2)|i=1,\dots,m}p_2, {}_{\max h(i;3)|i=1,\dots,m}p_3, \dots , {}_{\max h(i;j)|i=1,\dots,m}p_j, \dots , {}_{\max h(i;k)|i=1,\dots,m}p_k\}^\circ = P(n_1) \cup^\circ P(n_2) \cup^\circ P(n_3) \cup^\circ \dots \cup^\circ P(n_i) \cup^\circ \dots \cup^\circ P(n_m),$$

то есть <u>объединение</u> <u>домножеств</u> (<u>предмножеств</u>) $P(n_i)$ <u>всех</u> <u>простых</u> <u>делителей</u> m указанных выше положительных целых чисел больше единицы.

Следовательно, <u>общая</u> <u>теория</u> <u>домножеств</u> (<u>предмножеств</u>) соответствует задачам нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного <u>любого</u> <u>конечного</u> <u>множества</u> превышающих единицу

целых чисел в самом общем случае произвольных кратностей простых множителей разложений в произведения.

Как и следовало ожидать, теория множеств Кантора соответствует задаче нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного любого конечного множества превышающих единицу целых чисел только в достаточно редком частном случае лишь единичных кратностей всех простых множителей всех разложений в произведения. Этим сравнением

подчёркиваются большие преимущества общей теории домножеств (предмножеств) перед теорией множеств Кантора и поэтому необходимость, целесообразность и чрезвычайная полезность дополнения теории множеств Кантора общей теорией домножеств (предмножеств).

Замечание. Именно точный учёт количеств всех элементов в домножествах (предмножествах) позволяет для них ввести наряду с указанными выше домножественными действиями также алгебраические действия, а именно сложение и умножение на произвольный скаляр скалярного

поля, если все количества элементов являются векторами линейного, или векторного, пространства над этим скалярным полем.

Замечание. И множество всех действительных чисел, и множество всех комплексных чисел являются скалярными полями.

Определение. Суммой как итогом сложения домножеств (предмножеств) называется домножество (предмножество), состоящее из всех

количественных элементов всех слагаемых домножеств (предмножеств). Следствие. Приведённое суммарное домножество (предмножество) состоит из всех элементов всех слагаемых домножеств (предмножеств), причём каждый элемент приведённого суммарного домножества (предмножества) имеет количеством

сумму количеств этого элемента во всех слагаемых домножествах (предмножествах):

$$\Sigma^\circ{}_{CR\ \lambda\in\Lambda} A_\lambda =^\circ{}_{CR} \Sigma^\circ{}_{CR\ \lambda\in\Lambda} \{_{\gamma\in\Gamma\ q(\lambda,\gamma)}a_\gamma\}^\circ{}_{CR} =^\circ{}_{CR} \{_{\gamma\in\Gamma\ \Sigma q(\lambda,\gamma)|\lambda\in\Lambda}a_\gamma\}^\circ{}_{CR}.$$

Определение. Произведением как итогом умножения домножества (предмножества) на произвольный скаляр b (скалярного поля, если все количества элементов являются векторами линейного, или векторного,

пространства над этим скалярным полем), присваивающего этот скаляр как количество этому домножеству (предмножеству), называется домножество (предмножество), состоящее из всех элементов умножаемого домножества (предмножества), причём каждый элемент произведения домножества (предмножества) на этот скаляр b имеет количеством произведение количества этого элемента

в умножаемом домножестве (предмножестве) на этот скаляр:

$$\mathbf{bA =^\circ {}_bA =^\circ b\{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ =^\circ {}_b\{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ =^\circ \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{bq(\gamma)}a_\gamma\}^\circ =^\circ b\cup^\circ{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma =^\circ {}_b\cup^\circ{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma =^\circ \cup^\circ{}_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{bq(\gamma)}a_\gamma}.$$

Теорема. Совокупность определения суммы как итога сложения домножеств (предмножеств) и определения произведения как итога умножения

домножества (предмножества) на число непротиворечива.

Доказательство.

Пересечение объёмов понятий, охватываемых совокупностью этих обоих определений, есть множество всевозможных непременно конечных сумм одинаковых слагаемых, каждое из которых равно произвольному

домножеству (предмножеству), причём каждая такая сумма равна произведению этого произвольного домножества (предмножества) на неотрицательное целое число, равное числу этих одинаковых слагаемых в этой сумме.

Пусть

$$A =^{\circ}_{R} \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_{\gamma}\}^{\circ}_{R} =^{\circ}_{R} \cup^{\circ}_{R\ \gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_{\gamma}$$

является произвольным приведённым домножеством (предмножеством), а n есть произвольное неотрицательное целое число.

Тогда по общему определению суммы сумма n одинаковых слагаемых, каждое из которых равно этому произвольному домножеству (предмножеству), равна

$$A_{(1)} + A_{(2)} + A_{(3)} + \ldots + A_{(n)} =^\circ_R$$

$$\{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ_{R(1)} + \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ_{R(2)} + \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ_{R(3)} + \ldots + \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^\circ_{R(n)}$$

$$=^\circ_R \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)(1)+q(\gamma)(2)+q(\gamma)(3)+\ldots+q(\gamma)(n)}a_\gamma\}^\circ_R =^\circ_R \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{nq(\gamma)}a_\gamma\}^\circ_R.$$

А по общему определению произведения на произвольный скаляр скалярного поля, если все количества элементов являются векторами линейного, или

векторного, пространства над этим скалярным полем, домножества (предмножества) равное этой сумме произведение этого произвольного домножества (предмножества) на число n равных этому произвольному домножеству (предмножеству) одинаковых слагаемых этой суммы равно

$$\mathbf{nA_R} =^{\circ}_R {}_n\mathbf{A} =^{\circ}_R \mathbf{n}\{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^{\circ}_R =^{\circ}_R {}_n\{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma\}^{\circ}_R =^{\circ}_R \{_{\gamma\in\Gamma}\ {}_{nq(\gamma)}a_\gamma\}^{\circ}_R =^{\circ}_R \mathbf{n}\cup^{\circ}_{R\ \gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma =^{\circ}_R {}_n\cup^{\circ}_{R\ \gamma\in\Gamma}\ {}_{q(\gamma)}a_\gamma =^{\circ}_R \cup^{\circ}_{R\ \gamma\in\Gamma}\ {}_{nq(\gamma)}a_\gamma.$$

Таким образом, оба итога полностью совпадают, что и требовалось доказать теоремой.

Замечание. Если неотрицательное целое число n равно нулю, то сумма n слагаемых пуста и даёт равное пустому множеству ∅ пустое домножество (предмножество) с нулевыми количествами всех

элементов и всеми пустыми количественными элементами, а произведение произвольного домножества (предмножества) на нуль ведёт к умножению на нуль исходных количеств всех элементов, аннулирует итоговые количества всех элементов и вновь даёт то же самое пустое домножество (предмножество), тождественно равное пустому множеству $\emptyset$, что и требовалось доказать.

Замечание. Если неотрицательное целое число n равно единице, то сумма с единственным слагаемым очевидным

образом равна произведению с единственным сомножителем, коль скоро и этим единственным слагаемым, и этим единственным сомножителем является одно и то же произвольное домножество (предмножество), так что доказательство теоремы оказывается предельно простым.

Замечание. Количества элементов являются обобщениями неотрицательных целочисленных кратностей элементов. Именно кратности элементов

придают изначальный и наиболее очевидный смысл количествам элементов. Однако умножение произвольных домножеств (предмножеств) на произвольные скаляры скалярного поля, если все количества элементов являются векторами линейного, или векторного, пространства над этим скалярным полем, показывает, что количества элементов домножеств (предмножеств), даже если изначально были неотрицательными целочисленными кратностями элементов, могут стать по итогам умножения произвольными скалярами этого скалярного поля, в частности

произвольными действительными числами. И это является не только формальным, но и столь же осмысленным, как и постепенное расширение положительных целых чисел до всех действительных чисел через изобретение и введение произвольных рациональных, иррациональных и отрицательных чисел в истории развития математики. Причём смысл соответствующих расширений допустимых значений количества элементов является следствием смысла соответствующих расширений числового множества. В частности, любое положительное

рациональное количество элементов, приведённое к несократимой дроби, обеспечивает равную её числителю кратность при условии сложения соответствующего количественного элемента самого с собой столько раз, каков знаменатель этой дроби. Любое отрицательное количество элемента вводится как такое количество, которое в сумме с противоположным ему положительным количеством элемента даёт нулевое количество элемента и поэтому пустой, или отсутствующий, количественный элемент. Иррациональное количество элемента вводится как предел

последовательности рациональных количеств этого элемента, имеющей пределом это иррациональное количество элемента. Комплексное количество элемента позволяет именно раздельно указать и действительное как соответствующее действительности количество элемента, и чисто мнимое как воображаемое, предполагаемое, допускаемое количество элемента. Кроме того, количество элемента не обязано быть безразмерным числом и может иметь физическую единицу (размерность). Например, количество воды как элемента может иметь такие физические размерности, как единицы

массы и единицы объёма, скажем килограмм и литр. Кроме того, количество элемента может иметь и совместные разнородные физические единицы (размерности) в том смысле, что разные (подобные ввиду общности элемента) части единого количественного элемента могут быть представлены с различными физическими единицами (размерностями) количеств элемента, так что приведение подобных количественных элементов даёт сумму разнородных количеств, причём вполне осмысленную вопреки тому, что в классической науке подобное сложение считается

бессмысленным. Например, количество одной части воды целиком заполняет сосуд известной ёмкости и измеряется объёмом, а количество другой части воды измеряется массой, находимой по разности весов другого сосуда с этой частью воды и этого же сосуда до размещения воды в нём. Примером такого двухчастного количества воды является сумма 10 л + 3 кг. Этот пример доказывает, что применительно к количеству общего элемента подобных количественных элементов вполне разумно могут складываться разнородные физические величины. Кроме того, количества частей количественного

элемента могут указываться и посредством не исключающих дальнейшего уточнения не вполне определённых, неточных, приближённых, ориентировочных технических или даже бытовых единиц. Например, тарелка супа является количественным элементом, в котором элементом является суп, а его количеством является объём предназначенной для размещения супа части тарелки. Другими примерами количественных элементов являются кастрюля борща, мешок картофеля, ящик

яблок, коробка конфет. Примером смешанного количества со вполне разумным сложением различных и даже разнородных технических и бытовых единиц является количественный элемент, элементом которого является морковь, а количествами частей являются три мешка, два рюкзака, таз, два ведра и 3 кг. Приведение таких подобных ввиду общности элемента количественных элементов даёт единый количественный

элемент, в котором количество может быть суммой разнородных физических величин, причём не только вполне осмысленной, но и чрезвычайно полезной и даже необходимой именно практически, а практика, как известно, является критерием истины.

Теорема. Если все количества элементов в совокупности подобных количественных элементов образуют линейное, или векторное, пространство над некоторым скалярным

полем, то и сами все подобные количественные элементы этой совокупности образуют своё линейное, или векторное, пространство над этим же скалярным полем, причём размерности обоих этих пространств совпадают.

Доказательство.

Во-первых, совокупность всех подобных количественных элементов не пуста, поскольку не пуста соответствующая совокупность их количеств элементов, по условию образующая линейное, или

векторное, пространство над некоторым скалярным полем.

Во-вторых, наличествует это скалярное поле.

В-третьих, выше было определено действие сложения подобных количественных элементов как предполагаемых векторов, сводящееся к сложению соответствующих количеств элементов.

В-четвёртых, выше было определено действие умножения подобных количественных элементов как предполагаемых векторов на скаляры, сводящееся к умножению соответствующих количеств элементов на эти скаляры.

Далее проверяются все 8 свойств как аксиом обоих этих действий сложения векторов (создающего коммутативную, или абелеву, группу) и умножения вектора на скаляр.

1. Переместительный (коммутативный) закон сложения подобных количественных элементов следует из переместительного (коммутативного) закона сложения соответствующих количеств элементов.

2. Сочетательный (ассоциативный) закон сложения подобных количественных элементов следует из

сочетательного (ассоциативного) закона сложения соответствующих количеств элементов.

3. Существование нулевого подобного количественного элемента как нулевого вектора (нейтрального элемента относительно сложения) в пространстве подобных количественных элементов следует из существования нулевого количества элемента в пространстве количеств элемента.

4. Существование подобного количественного элемента, противоположного любому подобному количественному элементу, как противоположного вектора в пространстве подобных количественных

элементов следует из существования количества элемента, противоположного любому количеству элемента, как противоположного вектора в пространстве количеств элемента.

5. Сочетательный (ассоциативный) закон умножения на скаляр подобных количественных элементов следует из сочетательного (ассоциативного) закона умножения на скаляр соответствующих количеств элементов.

6. Существование единичного (нейтрального относительно умножения на скаляр) элемента скалярного поля, сохраняющего подобный

количественный элемент, следует из существования единичного (нейтрального относительно умножения на скаляр) элемента скалярного поля, сохраняющего количество элемента, как одного и того же единственного единичного элемента одного и того же скалярного поля.

7. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения подобного количественного элемента как вектора на скаляр относительно сложения скаляров следует из распределительного (дистрибутивного) закона умножения количества

элемента как вектора на скаляр относительно сложения скаляров.

8. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения подобного количественного элемента как вектора на скаляр относительно сложения векторов следует из распределительного (дистрибутивного) закона умножения количества элемента как вектора на скаляр относительно сложения векторов.

Размерности обоих этих пространств совпадают, поскольку линейная комбинация подобных количественных элементов обращается в нулевой

вектор их пространства тогда и только тогда, когда имеющая те же коэффициенты, что и предыдущая, линейная комбинация соответствующих количеств элементов обращается в нулевой вектор их пространства.

Тем самым доказательство теоремы полностью завершено.

Теорема. Если все количества каждого из элементов в совокупности домножеств (предмножеств) образуют своё линейное, или векторное, пространство над одним и тем же

для всех элементов скалярным полем, то и сами все домножества (предмножества) этой совокупности образуют своё линейное, или векторное, пространство над этим же скалярным полем, причём размерность этого пространства равна сумме размерностей пространств всех количеств каждого из элементов.

Доказательство.

Во-первых, совокупность всех домножеств (предмножеств) не пуста, поскольку не пуста совокупность количеств каждого из их элементов,

по условию образующая линейное, или векторное, пространство над одним и тем же для всех элементов скалярным полем.

Во-вторых, наличествует это скалярное поле.

В-третьих, выше было определено действие сложения домножеств (предмножеств) как предполагаемых векторов, сводящееся к сложению соответствующих количеств каждого из их элементов.

В-четвёртых, выше было определено действие умножения домножества (предмножества) как предполагаемого вектора на скаляр, сводящееся к

умножению количеств всех элементов домножества (предмножества) на этот скаляр.

Далее проверяются все 8 свойств как аксиом обоих этих действий сложения векторов (создающего коммутативную, или абелеву, группу) и умножения вектора на скаляр.

1. Переместительный (коммутативный) закон сложения домножеств (предмножеств) следует из переместительного (коммутативного) закона сложения количеств всех элементов домножеств (предмножеств).

2. Сочетательный (ассоциативный) закон сложения домножеств (предмножеств) следует из сочетательного (ассоциативного) закона сложения количеств всех элементов домножеств (предмножеств).

3. Существование нулевого домножества (предмножества) как нулевого вектора (нейтрального элемента относительно сложения) в пространстве домножеств (предмножеств) следует из существования нулевых количеств всех элементов домножеств (предмножеств) в пространствах всех элементов домножеств (предмножеств).

4. Существование подобного количественного элемента, противоположного любому подобному количественному элементу, как противоположного вектора в пространстве подобных количественных элементов следует из существования количества элемента, противоположного любому количеству элемента, как противоположного вектора в пространстве количеств элемента.

5. Сочетательный (ассоциативный) закон умножения на скаляр подобных количественных элементов следует из сочетательного

(ассоциативного) закона умножения на скаляр соответствующих количеств элементов.

6. Существование единичного (нейтрального относительно умножения на скаляр) элемента скалярного поля, сохраняющего подобный количественный элемент, следует из существования единичного (нейтрального относительно умножения на скаляр) элемента скалярного поля, сохраняющего количество элемента, как одного и того же единственного единичного элемента одного и того же скалярного поля.

7. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения подобного количественного элемента как вектора на скаляр относительно сложения скаляров следует из распределительного (дистрибутивного) закона умножения количества элемента как вектора на скаляр относительно сложения скаляров.

8. Распределительный (дистрибутивный) закон умножения подобного количественного элемента как вектора на скаляр относительно сложения векторов

следует из распределительного (дистрибутивного) закона умножения количества элемента как вектора на скаляр относительно сложения векторов. Размерности обоих этих пространств совпадают, поскольку линейная комбинация подобных количественных элементов обращается в нулевой вектор их пространства тогда и только тогда, когда имеющая те же коэффициенты, что и предыдущая, линейная

комбинация соответствующих количеств элементов обращается в нулевой вектор их пространства.

Тем самым доказательство теоремы полностью завершено.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, созданы общие теории наборов и домножеств (предмножеств) с возможным и непременным учётом количеств элементов совокупности

соответственно с поглощающими и сохраняющими наличные количества элементов действиями как необходимые и полезные дополнения теории множеств Кантора.

Настоящая научная монография поэтому может представить интерес для математики, а также для педагогики средней и высшей школы, в том числе для специализированных классов, гимназий,

лицеев, университетов, аспирантур, для предметных олимпиад и вообще для решения нестандартных задач, включая самостоятельное, в целях творческого развития будущих учёных.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Александров П. С., Маркушевич А. И., Хинчин А. Я. Энциклопедия элементарной математики в 5 книгах. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1951–1966.

2. Альтшуллер Г. С. Как научиться изобретать. Тамбов: Тамбовское книжное изд-во, 1961. 128 с.

3. Альтшуллер Г. С. Основы изобретательства. Воронеж: Центрально-черноземное книжное издательство, 1964. 238 с.

4. Амосов Н. М. (ред.) Кибернетика и живой организм. Киев: Наукова думка, 1964. 117 с.

5. Асмус В. Ф. Логика. М.: Государственное издательство политической литературы (ОГИЗ), 1947. 387 с.

6. Асмус В. Ф. Учение логики о доказательстве и опровержении. М.: Государственное издательство политической литературы, 1954. 88 с.
7. Бакрадзе К. С. Логика. Тбилиси: Изд-во Тбилис. ун-та им. Сталина, 1951. 456 с.
8. Берман Г. Н. Счёт и число. Как люди учились считать. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 36 с.
9. Берман Г. Н. Число и наука о нём. Общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел. М.: Государственное

издательство технико-теоретической литературы, 1954. 164 с.
10. Ботвинник М. М. О кибернетической цели игры. М.: Советская радио, 1955. 120 с.
11. Брадис В. М., Минковский В. Л., Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1959. 178 с.
12. Бугулов Е. А., Толасов Б. А. Сборник задач для подготовки к математическим олимпиадам.

Орджоникидзе: Северо-Осетинское книжное изд-во, 1962. 226 с.

13. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 292 с.

14. Винер Н. Кибернетика, или Управление и связь в животном и машине. М.: Советское радио, 1958. 216 с.

15. Винер Н. Я – математик. М.: Наука, 1964. 354 с.

16. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 180 с.

17. Виноградов С. Н., Кузьмин А. Ф. Логика. 8-е изд. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1954. 176 с.
18. Воробьёв Н. Н. Признаки делимости. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 72 с.
19. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1964. 872 с.
20. Галилей Г. Избранные труды: в 2 т. М.: Наука, 1964.
21. Гаусс К. Ф. Труды по теории чисел / перевод Б. Б. Демьянова, общая редакция И. М. Виноградова,

комментарии Б. Н. Делоне. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1959. 979 с.

22. Генкин Л. О математической индукции. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 36 с.

23. Гильберт Д. Основания геометрии / перевод с седьмого немецкого издания И. С. Градштейна; под редакцией и со вступительной статьёй П. К. Рашевского. М.; Л.: ОГИЗ, Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 491 с.

24. Глушков В. М. Введение в кибернетику. Киев: Изд-во АН УССР, 1964. 324 с.

25. Гнеденко Б. В. Очерки по истории математики в России. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1946. 246 с.

26. Головина Л. И., Яглом И. М. Индукция в геометрии. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 100 с.

27. Горский Д. П. Вопросы абстракции и образование понятий. М.: Издательство Академии наук СССР, 1961. 352 с.

28. Горский Д. П. Логика. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1958. 292 с.
29. Градштейн И. С. Прямая и обратная теоремы. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 80 с.
30. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Изд. 4-е, перераб. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 1100 с.
31. Декарт Р. Избранные произведения = Oeuvres choisies. М.: Государственное издательство политической литературы, 1950. 712 с.

32. Декарт Р. Рассуждение о методе. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1953. 655 с. (Серия: Классики науки).
33. Депман И. Я. История арифметики. Пособие для учителей. М.: Учпедгиз, 1959. 423 с.
34. Депман И. Я. Рассказы о математике. Л.: Детгиз, 1957. 142 с.
35. Депман И. Я. Рассказы о решении задач. Л.: Детская литература, 1957. 127 с.
36. Доморяд А. П. Математические игры и развлечения. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 267 с.

37. Дорофеев Г. В., Потапов М. К., Розов Н. Х. Краткое пособие по математике для поступающих в Московский университет. М.: изд-во МГУ, 1964. 209 с.

38. Дринфельд Г. И. Дополнения к общему курсу математического анализа. Харьков: Изд-во Харьковского государственного университета им. А. М. Горького, 1958. 115 с.

39. Дринфельд Г. И. Трансцендентность чисел пи и е. Харьков: Изд-во Харьковского государственного университета им. А. М. Горького, 1952. 76 с.

40. Дубнов Я. С. Измерение отрезков. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 100 с.
41. Дубнов Я. С. Ошибки в геометрических доказательствах. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 72 с.
42. Зельдович Я. Б. Высшая математика для начинающих и её приложения к физике. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 560 с.
43. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближённые методы высшего анализа. 5-е изд. М.; Л.:

Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 708 с.

44. Клини С. Введение в метаматематику. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1957. 526 с.

45. Кобринский Н. Е., Пекелис В. Д. Быстрее мысли. М.: Молодая гвардия, 1963. 475 с.

46. Колмогоров А. Н. О профессии математика. М.: МГУ, 1959. 30 с.

47. Кольман Э. Я. История математики в древности. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 235 с.

48. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 576 с.

49. Кордемский Б. А., Русалев Н. В. Удивительный квадрат. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 160 с.

50. Крайзмер Л. П. Техническая кибернетика. М.; Л. Государственное энергетическое издательство, 1958. 82 с.

51. Кречмар В. А. Задачник по алгебре. М.: Наука, 1964. 388 с.

52. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика. Элементарный очерк идей и методов / перевод с английского под редакцией А. Н. Колмогорова. М.: Государственное издание технико-теоретической литературы, 1947. 664 с.

53. Курош А. Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. М.; Л.: Государственное издание технико-теоретической литературы, 1961. 32 с.

54. Лебег А. Интегрирование и отыскание примитивных функций / пер. и ред. проф. Н. К. Бари; доп. статьи акад. Н. Н. Лузина. М.; Л.:

Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1934. 325 с.

55. Лебег А. Об измерении величин. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1960. 204 с.

56. Лейтес Н. С. Об умственной одарённости. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1960. 216 с.

57. Литлвуд Дж. Математическая смесь / пер. с англ. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 152 с.

58. Литцман В. Весёлое и занимательное о числах и фигурах. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 264 с.
59. Литцман В. Где ошибка? М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 192 с.
60. Литцман В. Старое и новое о круге. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 60 с.
61. Литцман В. Теорема Пифагора. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 116 с.

62. Молодший В. Н. Основы учения о числе в XVIII веке. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство Министерства просвещения РСФСР, 1953. 180 с.

63. Нагибин Ф. Ф. Математическая шкатулка. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1958. 168 с.

64. Начала Евклида. Перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И. Н. Веселовского и М. Я. Выгодского. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949–1951.

65. Ньютон И. Всеобщая арифметика, или Книга об арифметических синтезе и анализе. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1948. 444 с. (Классики науки).

66. Ньютон И. Математические нач<u>а</u>ла натуральной философии / пер. с латин. с примечаниями и пояснениями А. Н. Крылова // А. Н. Крылов. Собрание трудов. Т. VII. М.; Л.: Издательство Академии Наук СССР, 1936. 696 с.

67. Ньютон И. Математические работы / пер. с лат., вводная статья и комментарии Д. Д. Мордухай-

Болтовского. М.; Л.: ОНТИ, 1937. 478 с. (Классики естествознания).

68. Островский А. М. Решение уравнений и систем уравнений / пер. с англ. Л. З. Румынского, Б. Л. Румынского. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 383 с.

69. Пархоменко А. С. Что такое линия. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 140 с.

70. Перельман Я. И. Занимательная арифметика: загадки и диковинки в мире чисел. Изд. 9-е. М.:

Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. 190 с.

71. Перельман Я. И. Занимательная геометрия. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. 206 с.

72. Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителя / пер. с англ. В. Г. Звонаревой и Д. Н. Белла; под ред. Ю. М. Гайдука. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1959. 208 с.

73. Пойа Дж. Математика и правдоподобные рассуждения / пер. с англ.; под ред. С. А. Яновской.

М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1957. 536 с.

74. Попов П. С. История логики Нового времени. М.: Издательство Московского университета, 1960. 254 с.

75. Постников М. М. Магические квадраты. М.: Наука, 1964. 84 с.

76. Преподавание математики: пособие для учителей / Ж. Пиаже, Э. Бет, Ж. Дьедонне, А. Лихнерович, Г. Шоке, К. Гаттеньо; перевод с французского А. И. Фетисова. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1960. 161 с.

77. **Радемахер Г., Тёплиц О. Числа и фигуры. Опыты математического мышления / пер. с нем. В. И. Контова; под редакцией И. М. Яглома. 2-ое издание. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 264 с. (Серия «Библиотека математического кружка»).**
78. **Рыбников К. А. История математики. Т. 1. М.: Изд-во МГУ, 1960. 190 с.**
79. **Рыбников К. А. История математики. Т. 2. М.: Изд-во МГУ, 1963. 336 с.**
80. **Серпинский В. О решении уравнений в целых числах / перевод с польского И. Г. Мельникова. М.:**

Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. 88 с.

81. Серпинский В. Пифагоровы треугольники. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1959. 112 с.

82. Серпинский В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах. М.; Л.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 92 с.

83. Тарский А. Введение в логику и методологию дедуктивных наук. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. 327 с.

84. Трахтенброт Б. А. Алгоритмы и машинное решение задач. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. 96 с.

85. Тьюринг А. М. Может ли машина мыслить / перевод с англ. Ю. А. Данилова. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 67 с.

86. Уёмов А. И. Задачи и упражнения по логике. М.: Высшая школа, 1961. 355 с.

87. Уёмов А. И. Логические ошибки: как они мешают правильно мыслить. М.: Государственное издательство политической литературы, 1958. 120 с.

88. Улам С. Нерешённые математические задачи. М.: Наука, 1964. 168 с.

89. Хаусдорф Ф. Теория множеств / перевод с немецкого Н. Б. Веденисова; под редакцией и с дополнениями проф. П. С. Александрова и проф. А. Н. Колмогорова. М.; Л.: Объединённое научно-техническое издательство НКТП СССР, 1937. 306 с.

90. Хинчин А. Я. Цепные др<u>о</u>би. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 112 с.

91. Хованский А. Н. Приложения цепных дробей и их обобщений к вопросам приближённого анализа.

М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 204 с.

92. Холл М. Комбинаторный анализ. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1963. 99 с.

93. Чистяков В. Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. Минск: Изд-во Мин. высшего, средн. спец. и проф. обр. БССР, 1962. 204 с.

94. Чистяков В. Д. Три знаменитые задачи древности. М.: Государственное учебно-педагогическое издательство, 1963. 95 с.
95. Шаскольская М. П., Эльцин И. А. Сборник избранных задач по физике. 2-е изд. М.: Физматгиз, 1959. 208 с.
96. Шилов Г. Е. Простая гамма. Устройство музыкальной шкалы. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 20 с.
97. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной

математики. Часть 1. Арифметика и алгебра. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 455 с.

98. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 2. Геометрия (планиметрия). М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. 380 с.

99. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Часть 3. Геометрия (стереометрия). М.:

Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 267 с.

100. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. М.; Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. 150 с.

101. Шустеф Ф. М., Фельдман А. М., Гуревич В. Ю. Сборник олимпиадных задач по математике. Минск, Учпедгиз БССР, 1962. 84 с.

102. Эйлер Л. Письма к учёным. М.; Л.: Издательство Академии Наук СССР, 1963. 400 с.

103. Эшби У. Р. Введение в кибернетику. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1959. 432 с.

104. Эшби У. Р. Конструкция мозга. Происхождение адаптивного поведения. М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1962. 399 с.

105. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. 315 с.

106. Яглом И. М., Яглом А. М. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. Задачи по комбинаторике и теории вероятностей. Задачи из разных областей математики. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1954. 544 с.

CONTRIBUTOR'S PROFILE & ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Name	**Gelimson Lev Grigorevic,** **literary and artistic pseudonym Leo Himmelsohn**
Ф.И.О. (полностью)	**Гелимсон Лев Григорьевич,** **литературно-художественный псевдоним Лео Гимельзон**
Degree **Current position**	**Ph. D. & Dr. Sc. in Engineering** **in the section "Physical and Mathematical Sciences"** **by the Highest Attestation Commission Classifier** **Director** **Director, Producer, Literary and Artistic Manager**
Учёная степень **Должность**	**доктор технических наук** **в разделе «Физико-математические науки»** **по Классификатору Высшей Аттестационной Комиссии** **директор** **директор, продюсер и литературно-художественный руководитель**

Institutional affiliation	Academic Institute for Creating Universal Sciences, Munich, Germany Multilingual Literary and Musical Theater, Munich, Germany
Место работы	Академический институт создания всеобщих наук, Многоязычный литературно-музыкальный театр, Мюнхен, Германия
e-mail, эл. почта	Leohi@mail.ru
Postal address Почтовый адрес	Ph. D. & Dr. Sc. Lev Gelimson, Westendstrasse 68, D-80339 Munich, Germany
Science Index (SPIN)	8046-6818
Scopus ID	6505889792
Researcher ID	R-5007-2016
ORCID ID	0000-0003-0627-84